



Universidad Nacional de Trujillo

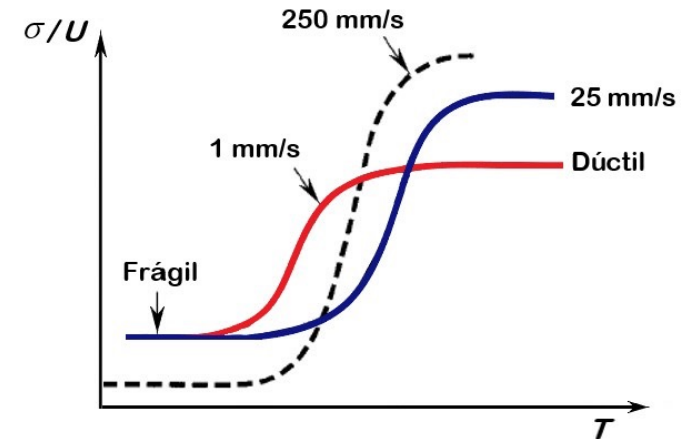
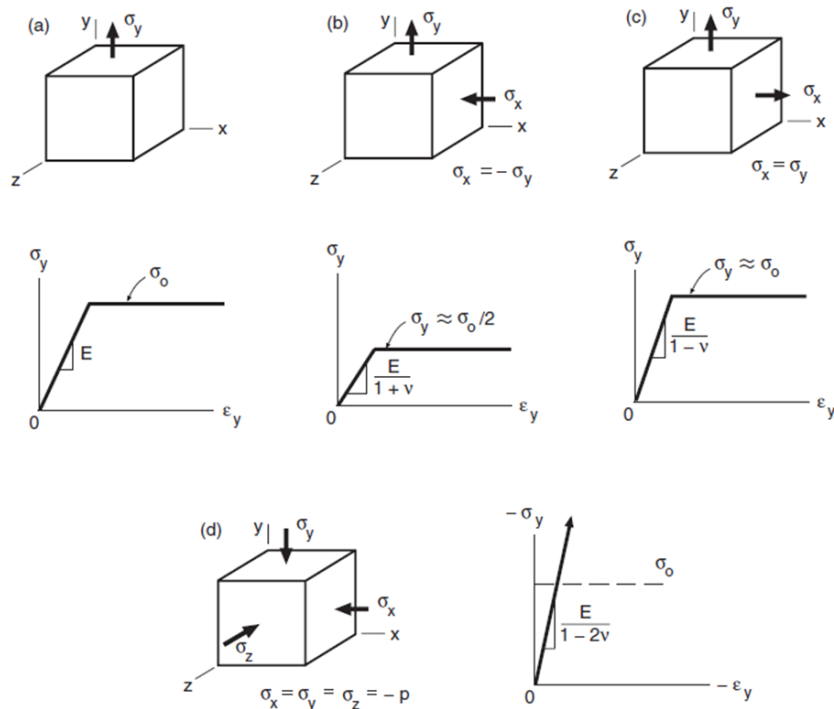
Mecánica de Materiales



Cráterios de falla

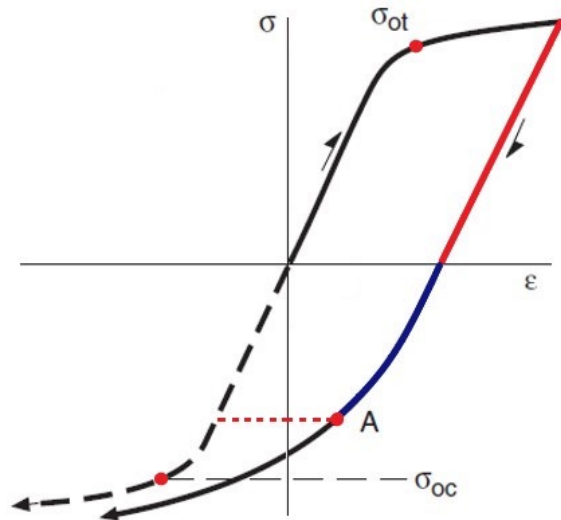
Ing. Norberto D. Ñique G.

Los **componentes de ingeniería** pueden estar sujetos a cargas complejas en tracción, compresión, flexión, torsión, presión o **combinaciones** de estos, de modo que, en un punto dado del material, los esfuerzos a menudo ocurren en más de una dirección.

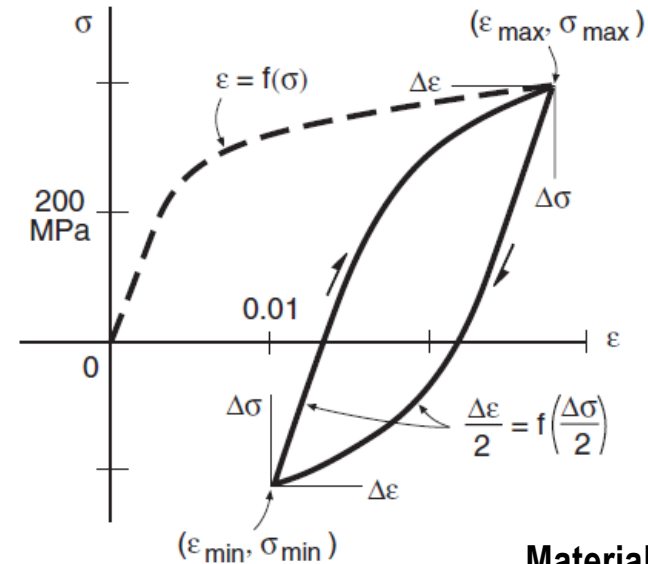


Predecir los límites de seguridad para el uso de un material en esfuerzos combinados requieren de la **aplicación de un criterio de falla**. Se encuentran disponibles varios criterios de falla diferentes, algunos de los cuales predicen la falla por fluencia y otros por fractura. Los primeros se denominan específicamente **criterios de fluencia**, los últimos **criterios de fractura**.

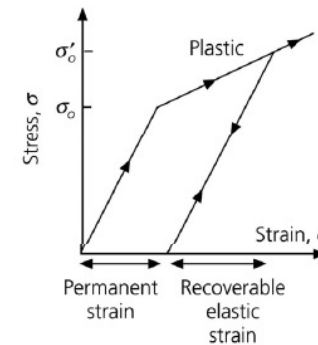
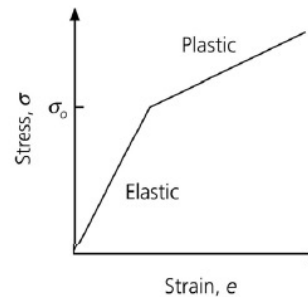
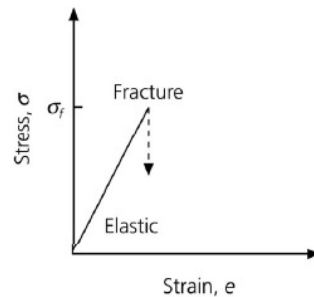
Efecto Bauschinger



Efecto Histéresis

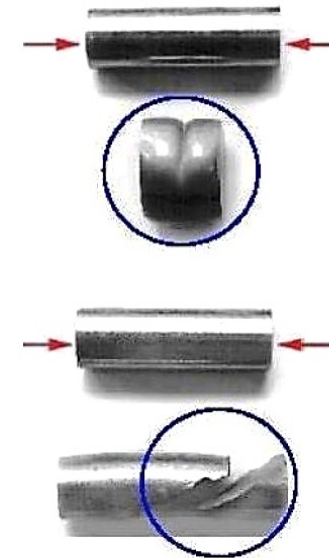


Materiales:
Visco elásticos
Visco plásticos



1. Deformación inducida por fuerzas y/o Temperatura
2. Desplazamientos inducidos por fuerzas o temperatura (pandeo)
3. Límite de Fluencia
4. Rotura Dúctil
5. Rotura Frágil
6. Fatiga estructural
7. Fatiga Superficial
8. Impacto o falla dinámica
9. Desgaste por fricción
10. Endurecimiento parcial
11. Daño por Radiación
12. Corrosión
13. Desgaste por Corrosión
14. Fatiga por Corrosión
15. Fatiga por "Fretting"
16. Desgaste por "Fretting"
17. Relajación Térmica.
18. Rotura por tensiones térmicas: Efectos concentradores de tensiones
19. Falla por efectos Creep: presencia de deformaciones sostenidas en el tiempo
20. Fatiga Térmica
21. Shock o Golpe Térmico: modificación estructural por efecto térmico
22. Spalling
23. Debonding: Pérdida de contacto entre fibras y resina en materiales compuestos
24. Delamination Pérdida de contacto entre laminas de materiales compuestos

Mecanismos de falla que se pueden presentar en piezas construidas con diversos materiales y geometría.



La respuesta precisa de los materiales a esfuerzos y deformaciones en puntos críticos puede ser **muy compleja** y se resiste a formulaciones exactas. Hasta ahora ninguna teoría puede proporcionar predicciones exactas del comportamiento de material bajo diversas cargas como: estáticas, dinámicas, de impacto, o cíclicas así como los efectos de la temperatura.



$$\sigma = E\varepsilon$$

En el campo elástico, existe una relación proporcional entre esfuerzos y deformaciones, pero cuando estas sobrepasan un cierto valor, las deformaciones introducidas serán en parte elásticas y plásticas. Las últimas implican un proceso irreversible, en el que las relaciones que vinculan a ambas variables son más complejas.



$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H}\right)^{1/n}$$

Es necesario conocer: si un estado de esfuerzos determinado produce solo deformaciones elásticas, o también deformaciones plásticas, a los efectos de aplicar las relaciones adecuadas. Para ello se tratan las teorías de falla o criterios de fluencia, que establecen una norma que permite saber si se está en el campo elástico o en el plástico.

Comportamiento mecánico en el campo elástico.

- ☐ Ecuaciones de equilibrio estático
 - ☐ Ecuaciones de compatibilidad
 - ☐ Condiciones de borde
- ☐ Relaciones esfuerzo-deformación en el rango elástico.

Comportamiento mecánico en el campo plástico.

- ☐ Criterio de fluencia, que indique cuando se pasa de la zona elástica a la plástica
 - ☐ Criterio de fluencia de **Von Mises**
 - ☐ Criterio de fluencia de **Tresca**
- ☐ Relaciones esfuerzo-deformación en el rango plástico.
 - ☐ Teoría de **Prandtl-Reuss**
 - ☐ Teoría de **Lévy-Mises**
- ☐ Modelos reológicos y ecuaciones empíricas de deformación

Para el diseño con un material específico, es importante que se fije un límite superior en el estado de esfuerzos, que defina la falla del material.

Una vez que la respuesta a la carga de un material se desvía de manera significativa de la linealidad (zona elástica, de un diagrama de σ - ϵ), se presenta un fenómeno conocido como deformación plástica, o flujo plástico del material o fluencia.

Los diferentes criterios se han desarrollado para predecir el punto fractura basado en propiedades del material como el **esfuerzo de fluencia**, el **esfuerzo máximo a la tracción** o el **factor de intensidad de tensiones**.

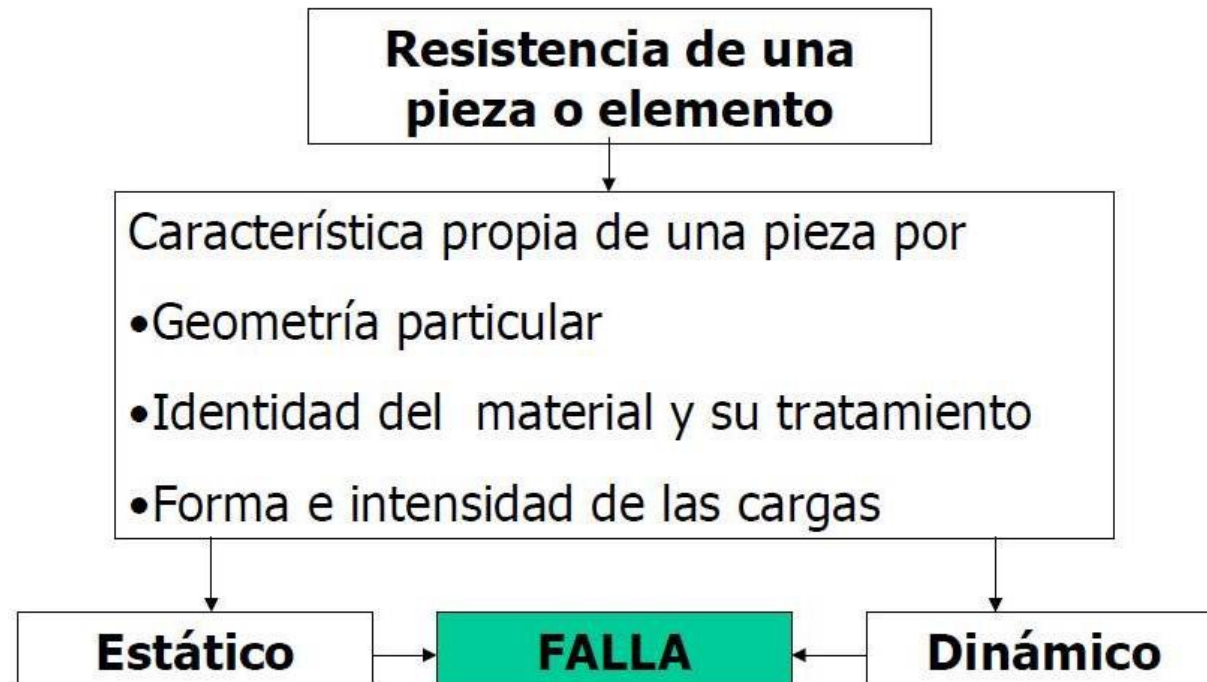
Estas propiedades se pueden obtener por medio de pruebas mecánicas simples y estandarizadas.

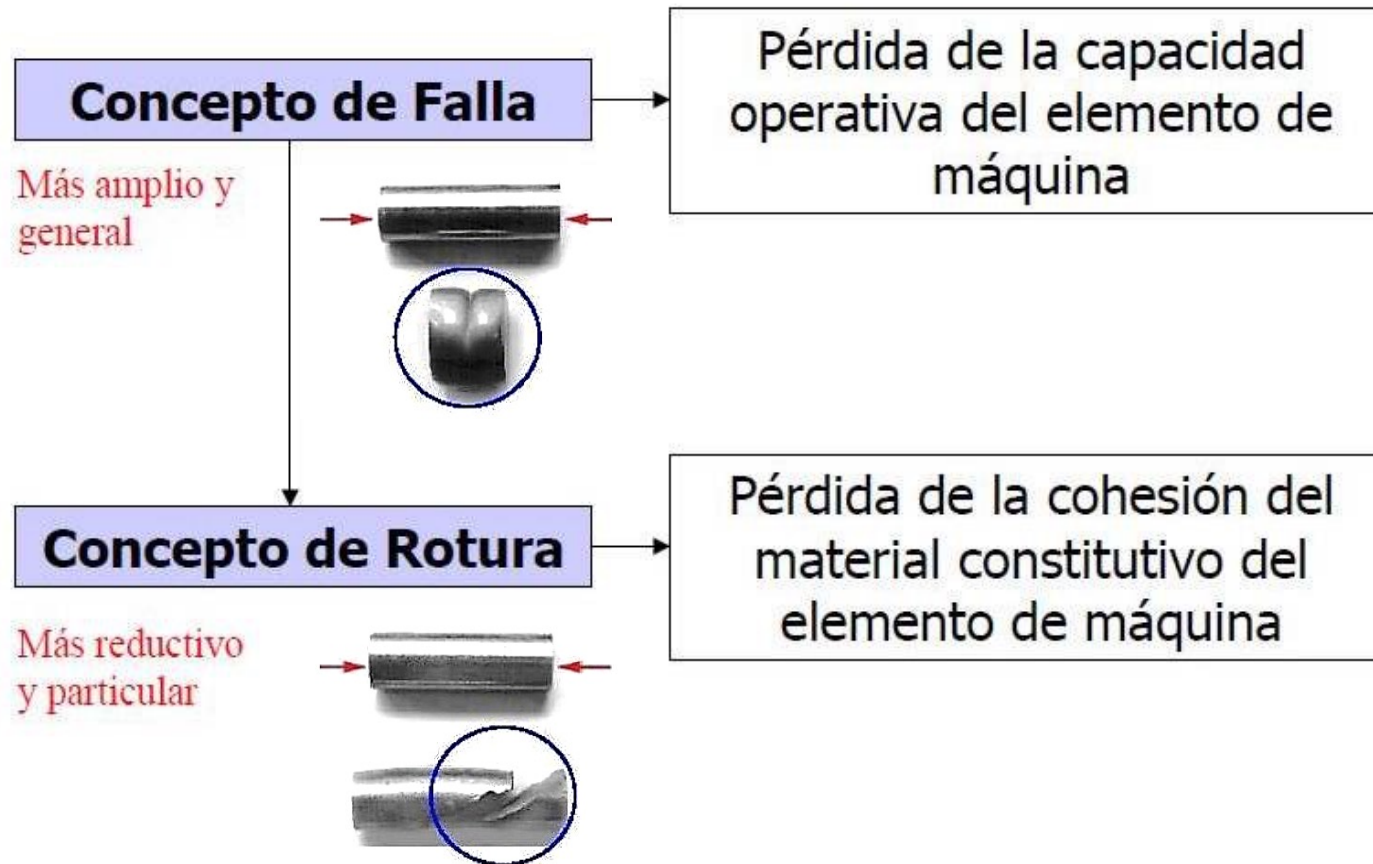
Los criterios se aplican dependiendo de cómo se espera que falle el material, es decir frágil o dúctil.

Las consideraciones de falla respecto del material se determinan si:

1. Se describe la idealización clásica de los criterios de **fluencia** y **fractura** de materiales, los dos criterios ampliamente aceptados para la aparición del comportamiento inelástico (fluencia)
 - (1) materiales dúctiles
 - (2) materiales frágiles.
2. Hay que tener en cuenta que la clasificación de los materiales de esta manera se refiere a:
 - (a) El estado frágil o dúctil del material
 - (b) El estado de esfuerzo en el material.
3. Las teorías de falla no se pueden aplicar a un material específico en una determinada circunstancia ya que este se puede comportar como dúctil o frágil dependiendo otros factores como la temperatura, velocidad de la carga, entorno químico (medio que lo rodea) o la manera en que el material se procesa.
4. Ninguna teoría puede proporcionar predicciones exactas del comportamiento del material ya que hay una amplia diversidad de cargas estáticas, dinámicas, de impacto, o cíclicas así como efectos de temperatura.

5. Una **teoría de falla particular** necesita los conocimientos teóricos de la mecánica de sólidos, para la determinación del estado de esfuerzos expresados en **esfuerzos principales** y de técnicas experimentales;
 - a. Ensayo de tracción,
 - b. compresión,
 - c. torsión.
6. Los experimentos han demostrado que en un **estado hidrostático en un punto no influye en el inicio de la fluencia inicial**; cualquier criterio para la fluencia inicial no basa en la magnitud absoluta de los **esfuerzos principales** sino en la **magnitud de las diferencias entre ellos**, de modo que se suprimirá cualquier estado de esfuerzo hidrostático.
7. Esta **idealización clásica de los criterios de fluencia y de fractura** de materiales, por una necesidad teórica se usan en la mayor parte de los **diseños estructurales y de maquinaria**.
8. Las teorías de falla determinan las **deformaciones permisibles** reportadas en muchos códigos de diseño.



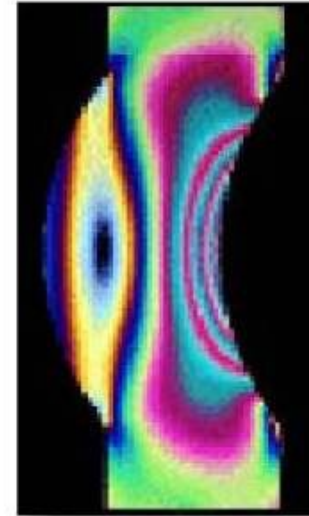




LA FOTOELASTICIDAD ES UN METODO EXPERIMENTAL PARA VER GRAFICAMENTE LAS VARIACIONES DE TENSION EN DIFERENTES PUNTOS DE UNA PIEZA SOLICITADA POR CARGAS

ESPECIALMENTE LAS VARIACIONES LOCALIZADAS

Tomado de www.mesurementgroup.com

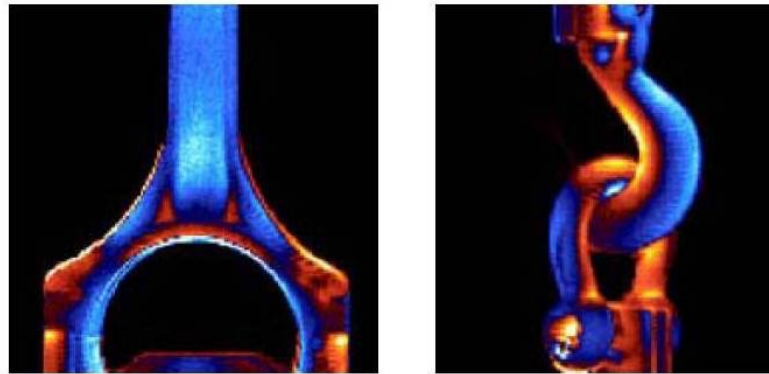


CUANDO UN MATERIAL PLASTICO FOTOELASTICO SE DEFORMA, AL SER VISTO POR MEDIO DE UN FILTRO POLARIZADO, SE PUEDEN VER LOS ESTADOS TENSIONALES COMO GAMAS DE COLORES.

Tomado de www.measurementgroup.com

TERMOELASTICIDAD RADIOMETRICA

www.stressphotonics.com

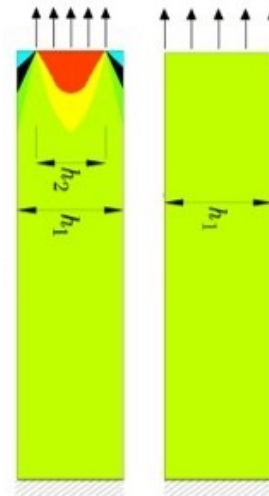
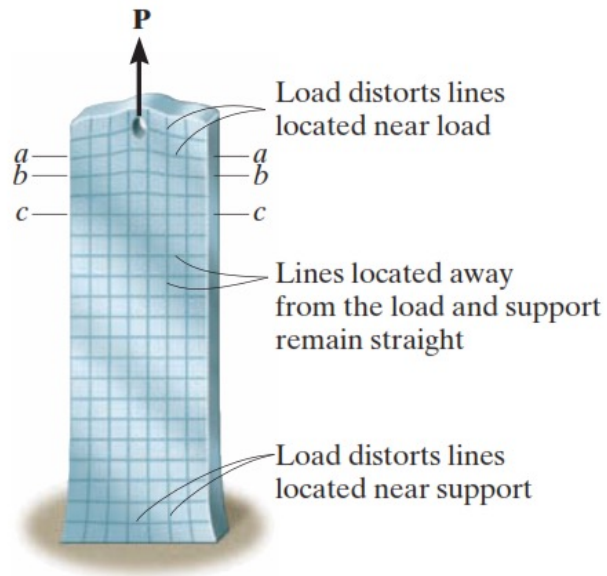


CUANDO LOS MATERIALES SE TENSIONAN SE PRODUCEN CAMBIOS EN SU ESTRUCTURA ATOMICA LA CUAL PUEDE SER OBSERVADAS CON DETERMINADAS CAMARAS EN MATERIALES ESPECIALES

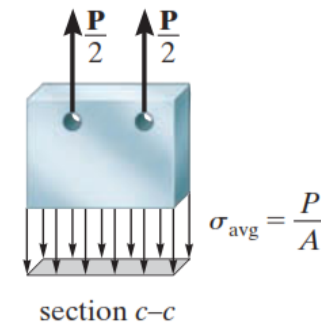
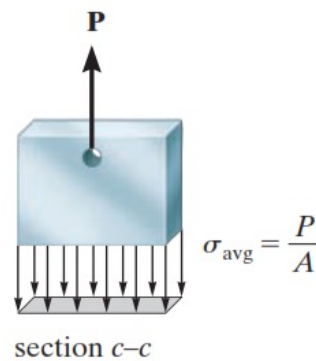
La **concentración de tensiones** es un efecto geométrico sumamente localizado. En algunos casos se puede deber a una grieta superficial, en otros se puede deber a un maquinado no adecuado o a la selección de radios entre superficies no concordantes.

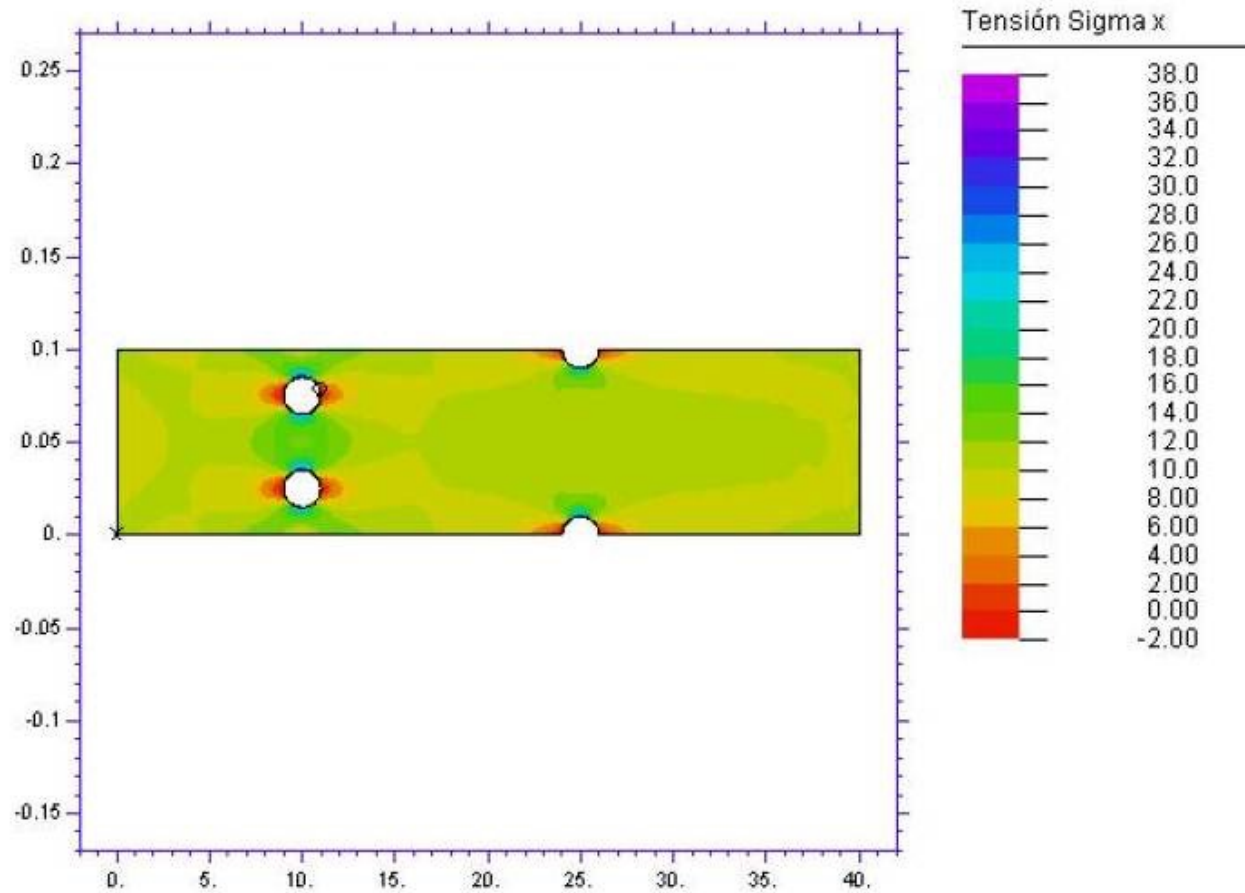
Si el material es dúctil, la carga estática de diseño, puede generar una fluencia en el punto crítico sobre la muesca. Esta fluencia puede conducir a un endurecimiento por deformación del material y a un incremento de la resistencia de fluencia en tal punto.

Principio de Saint-Venant

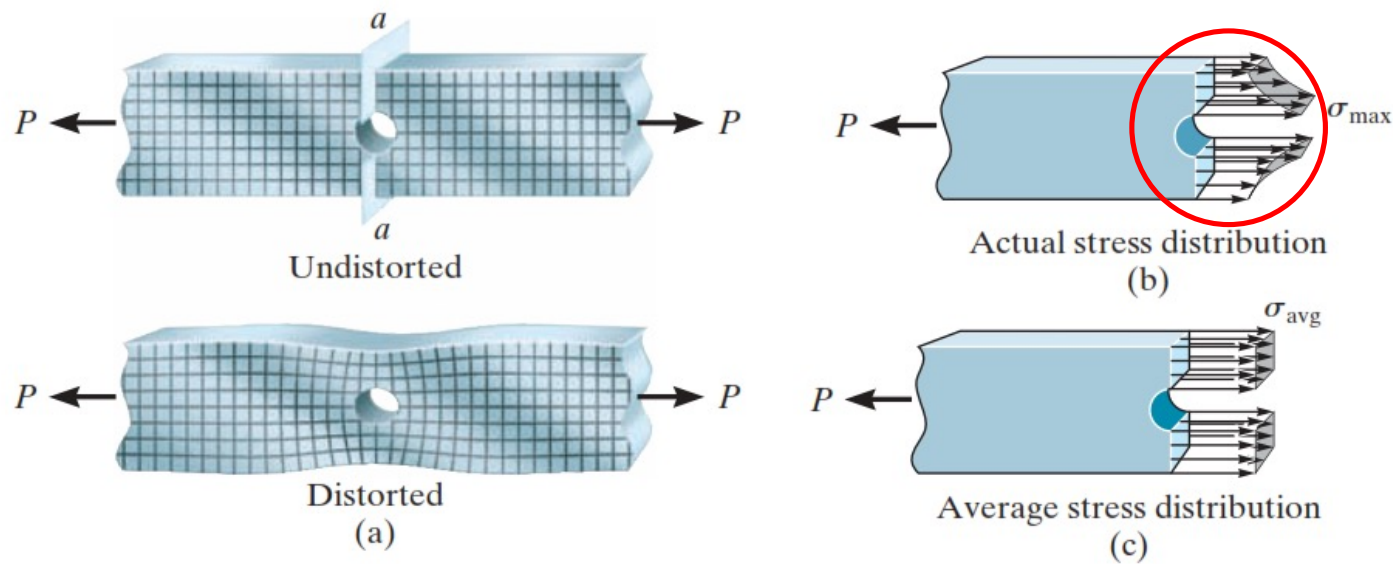


La aplicación de la carga en un tramo limitado puede considerarse como una discontinuidad que provoca alteraciones en la transmisión de la carga. No obstante, a una distancia suficientemente alejada de la zona de aplicación, dicha discontinuidad no tiene afecto alguno.

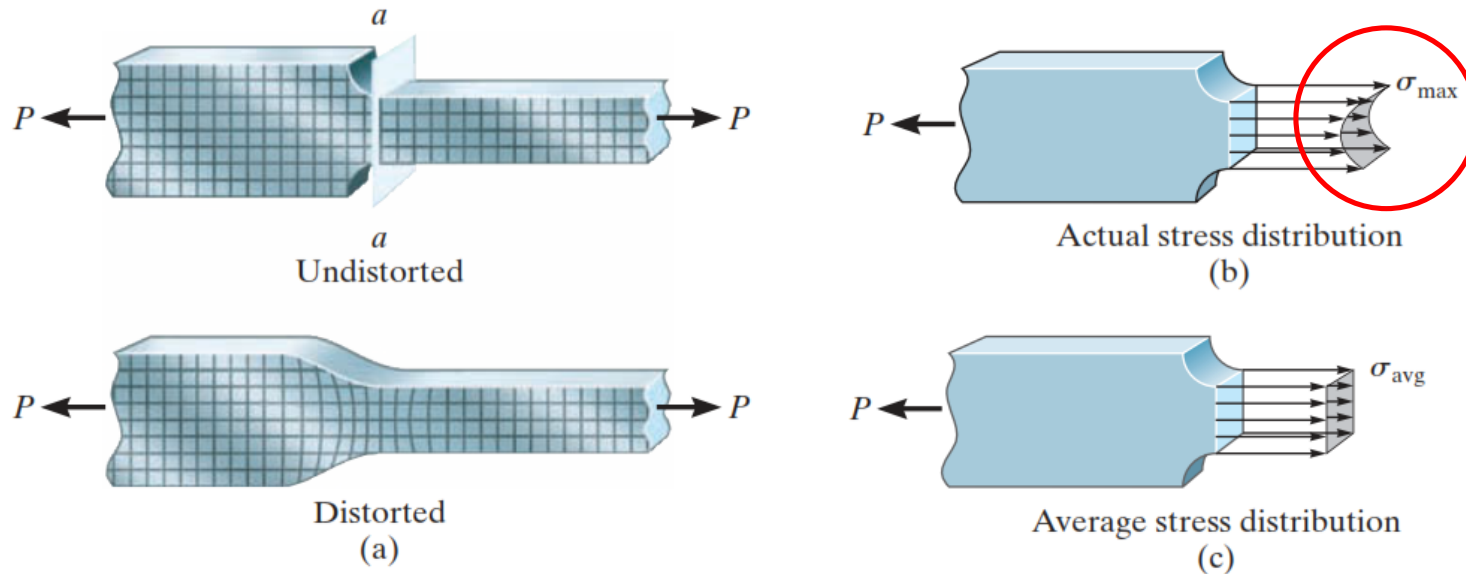




Concentración de esfuerzos (tensiones)



No solo bajo cargas concentradas aparecen complejas distribuciones de esfuerzos sino también en secciones donde el área de la sección transversal cambia.



En los dos casos anteriores el equilibrio por fuerzas requiere que la magnitud de la fuerza resultante desarrollada por la distribución del esfuerzo sea igual a P .

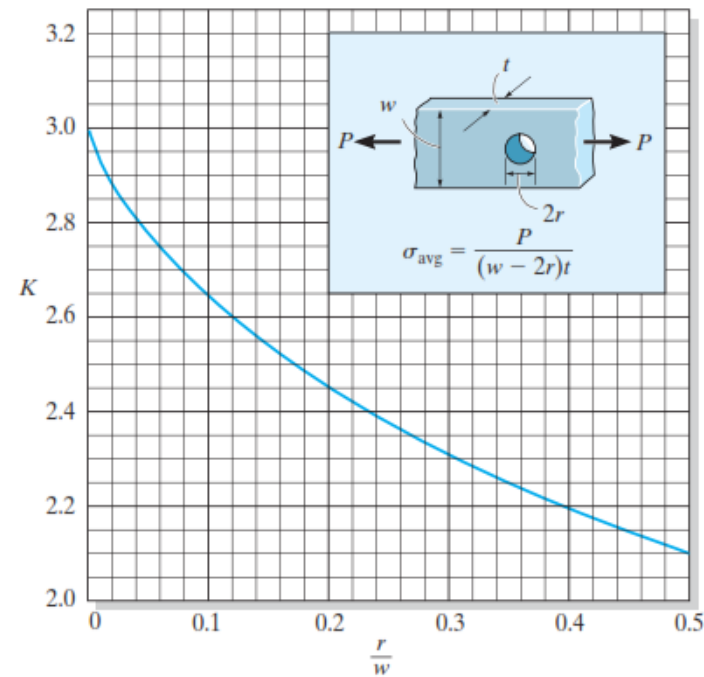
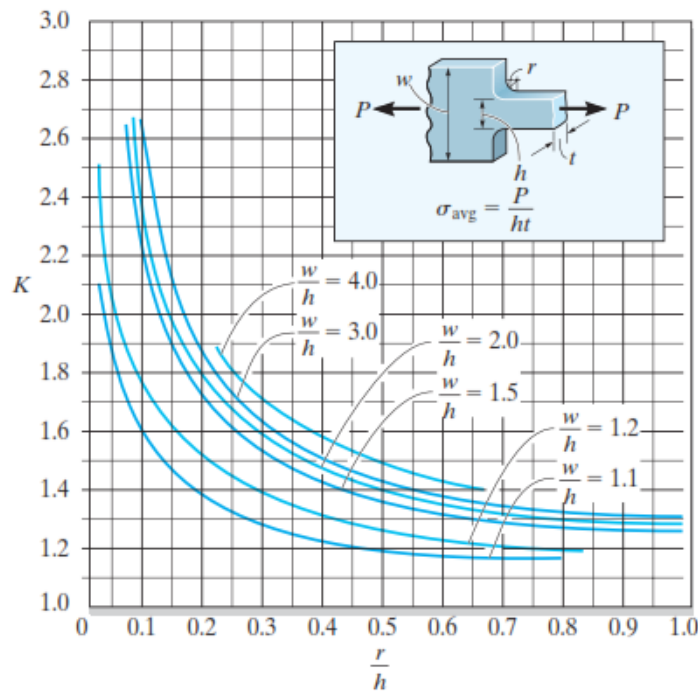
$$P = \int_A \sigma dA$$

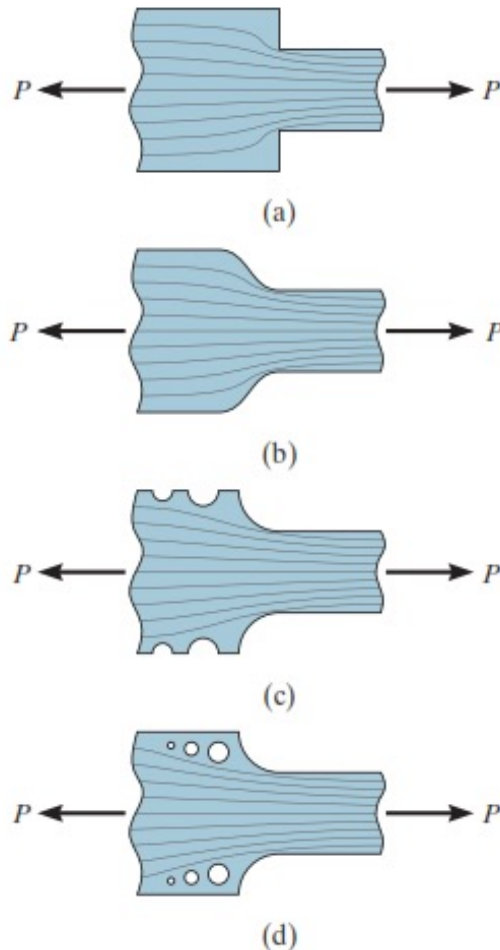
La integral representa gráficamente el volumen bajo cada uno de los diagramas de distribución del esfuerzo mostrado en los círculos rojos.

Factor K de concentración de esfuerzos (tensiones)

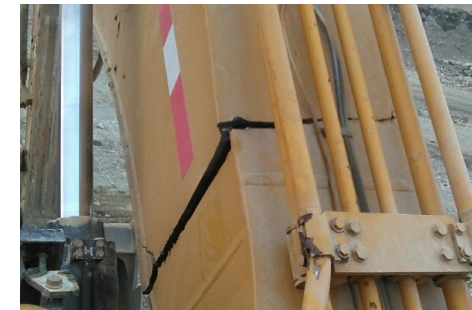
Manuales relacionados con análisis de esfuerzos reportan los valores específicos de K . K es independiente de las propiedades del material y depende solo de la geometría y del tipo de discontinuidad.

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{avg}}}$$



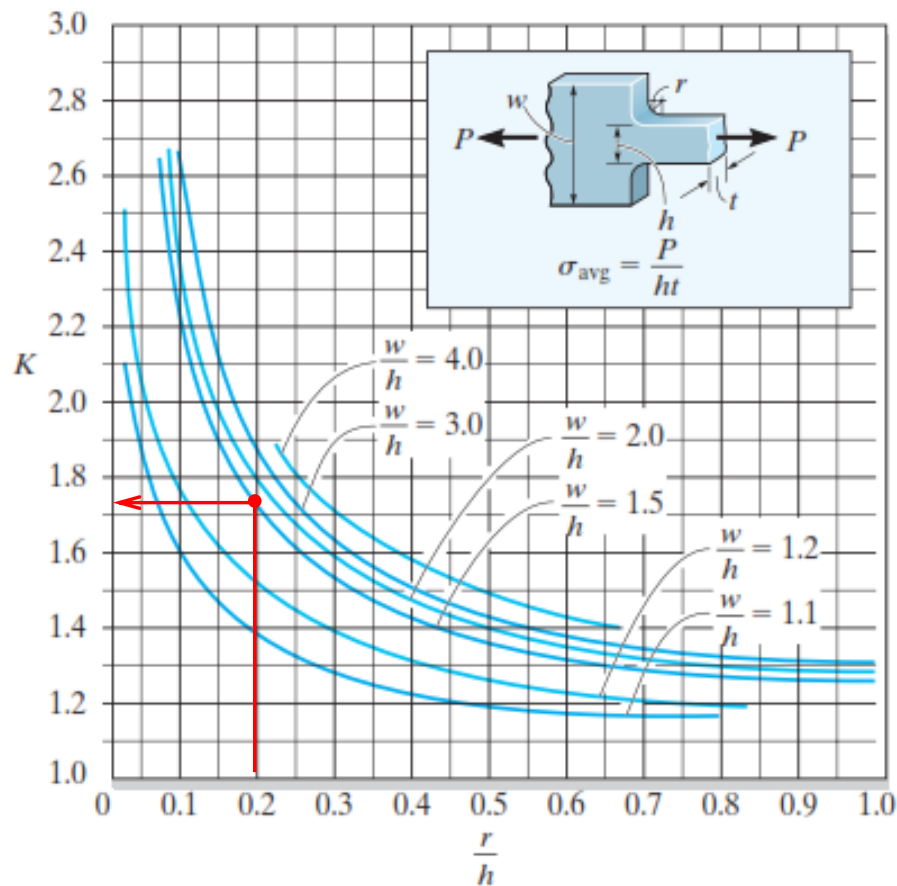
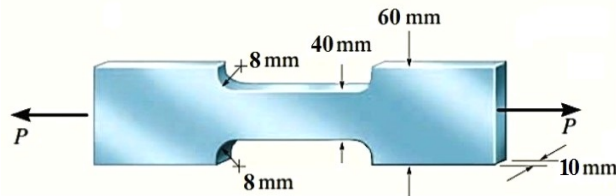


Si una barra requiere un cambio en sus sección transversal, se ha determinado teóricamente que una esquina aguda produce un factor de concentración de esfuerzo mayor de 3, el esfuerzo normal máximo será tres veces mayor que el esfuerzo normal promedio en la sección transversal mas pequeña, se puede reducir aun mas a 1.5 veces introduciendo un filete y reducir aun mas con ranuras o por agujeros situados en la transición, se reduce la rigidez del material que rodea a las esquinas, de modo que tanto la deformación unitaria como el esfuerzo se distribuyen con mas suavidad sobre la barra.



Stress concentrations are also responsible for many failures of structural members or mechanical elements subjected to *fatigue loadings*. For these cases, a stress concentration will cause the material to crack if the stress exceeds the material's endurance limit, whether or not the material is ductile or brittle. Here, the material *localized* at the tip of the crack remains in a *brittle state*, and so the crack continues to grow, leading to a progressive fracture. As a result, one must seek ways to limit the amount of damage that can be caused by fatigue.

Criterios de falla



Determine la carga máxima aplicada P que pueda soportar con seguridad una barra plana de acero que consta de dos porciones, ambas de 10 mm de espesor, y anchos de 40 y 60 cm, conectadas con filetes de radio $r = 8$ mm. Suponga un esfuerzo normal permisible de: 165 Mpa.

Primero calculamos las razones:

$$\frac{w}{h} = \frac{60 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 1.5$$

$$\frac{r}{h} = \frac{8 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0.20$$

Del grafico obtenemos: $K = 1.72$

En la ecuación:

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{avg}}}$$

El esfuerzo máximo no puede exceder el **esfuerzo permisible**.

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{avg}}}$$

$$1.72 = \frac{165 \text{ MPa}}{\sigma_{\text{promedio}}}$$

$$\sigma_{\text{promedio}} = \frac{165 \text{ MPa}}{1.72} = 95.93 \text{ MPa}$$

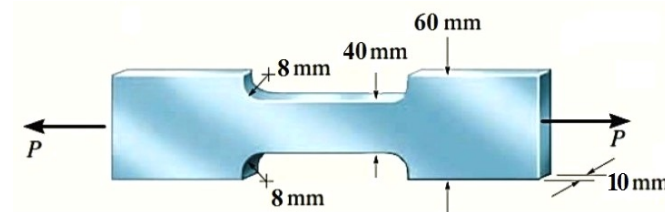
Sustituyendo el valor de esfuerzo máximo, se obtiene que el **esfuerzo promedio** de la porción mas angosta ($d = 40 \text{ mm}$) de la barra no deberá sobrepasar el valor de **95.93 MPa**.

Como sabemos:

$$\sigma_{\text{promedio}} = \frac{P}{A}$$

$$P = A \times \sigma_{\text{promedio}} = (40 \text{ mm})(10 \text{ mm})(95.93 \text{ MPa})$$

$$P = 38.4 \times 10^3 \text{ N}$$

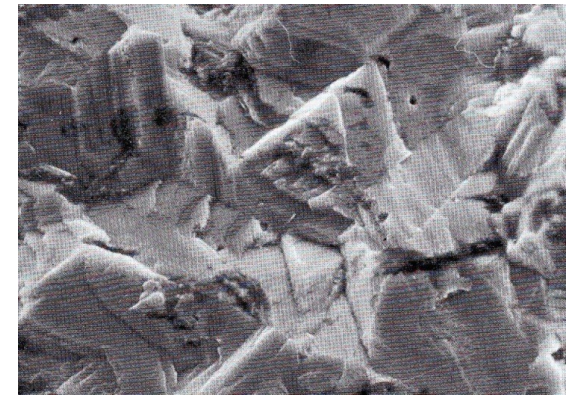
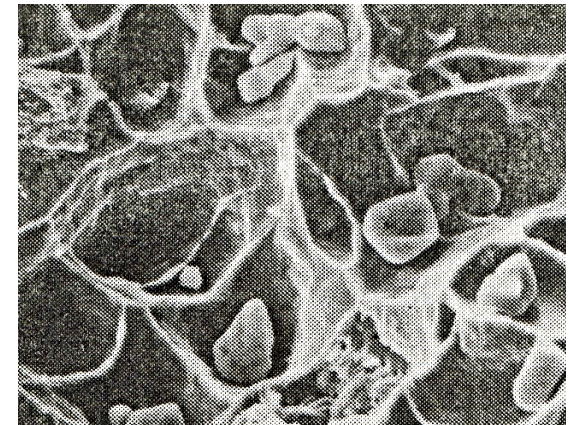
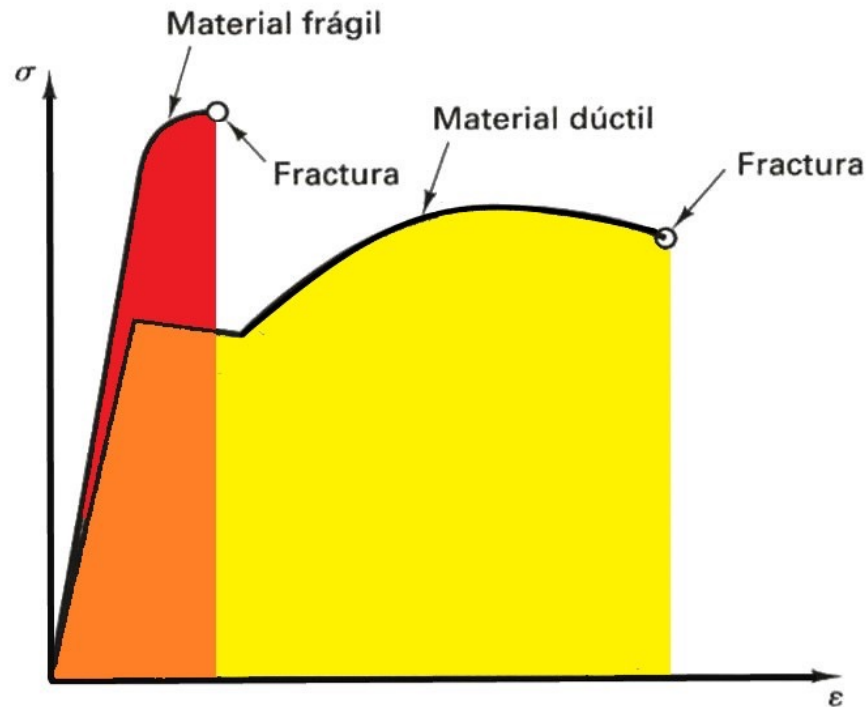


- **Material es dúctil:**

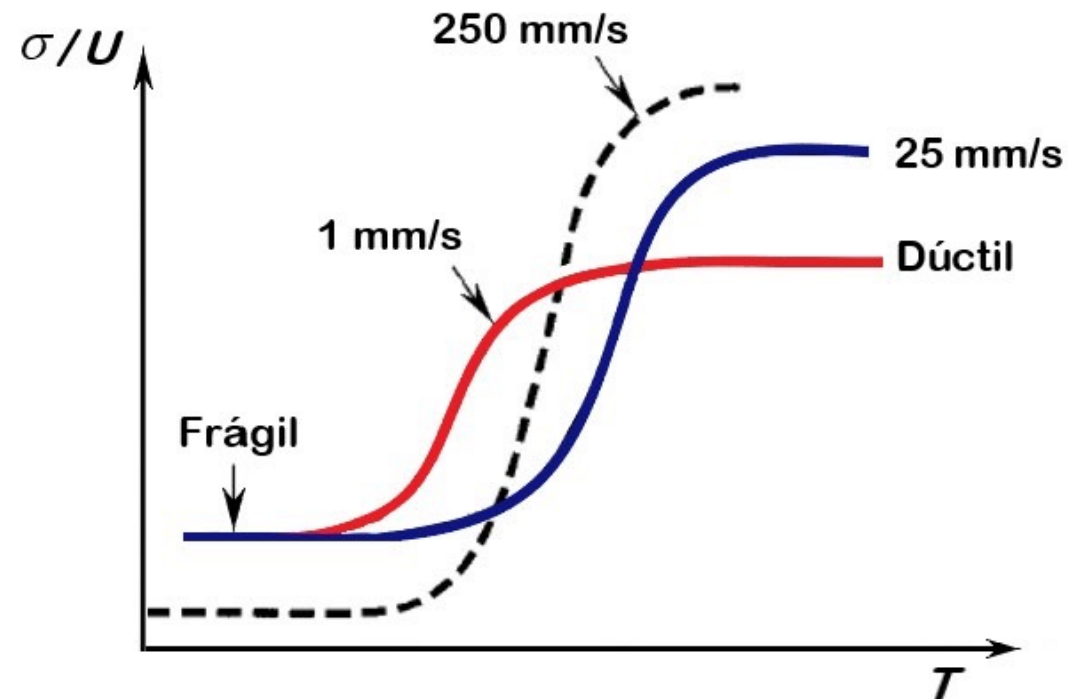
La falla por lo general se manifiesta por el inicio de la fluencia.

- **Material es Frágil:**

La falla se manifiesta por la fractura.



Las teorías de falla no se pueden aplicar a un material específico en una determinada circunstancia ya que este se puede comportar como dúctil o frágil dependiendo de la temperatura, velocidad de la carga, entorno químico (medio que lo rodea) o la manera en que el material se procesa.



Las **modalidades de falla** antes descritas se definen con facilidad si el miembro se somete a un estado de **esfuerzo uniaxial**. Un componente en la práctica generalmente se somete a un esfuerzo **biaxial o triaxial**, por lo tanto el **criterio de falla será más difícil de establecer**.

En la actualidad no se cuenta con un método teórico sencillo para obtener una relación entre las seis componentes **estado general de esfuerzo** que las correlacione con la fluencia en una **prueba de tracción simple**.

5. Una **teoría de falla particular** necesita los conocimientos teóricos de la mecánica de sólidos, para la determinación del estado de esfuerzos expresados en **esfuerzos principales** y de técnicas experimentales;
 - a. Ensayo de tracción,
 - b. compresión,
 - c. torsión.
6. Los experimentos han demostrado que en un **estado hidrostático en un punto no influye en el inicio de la fluencia inicial**; cualquier criterio para la fluencia inicial no basa en la magnitud absoluta de los **esfuerzos principales** sino en la **magnitud de las diferencias entre ellos**, de modo que se suprimirá cualquier estado de esfuerzo hidrostático.
7. Esta **idealización clásica de los criterios de fluencia y de fractura** de materiales, por una necesidad teórica se usan en la mayor parte de los **diseños estructurales y de maquinaria**.
8. Las teorías de falla determinan las **deformaciones permisibles** reportadas en muchos códigos de diseño.

Teorías o Criterios de falla

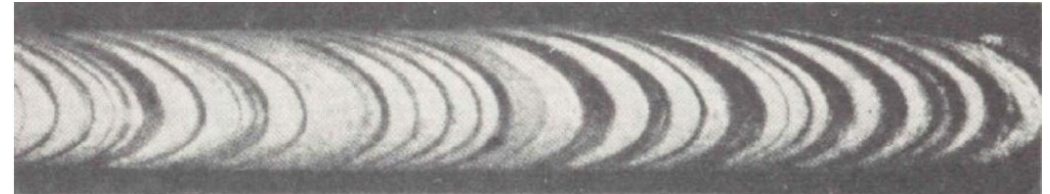
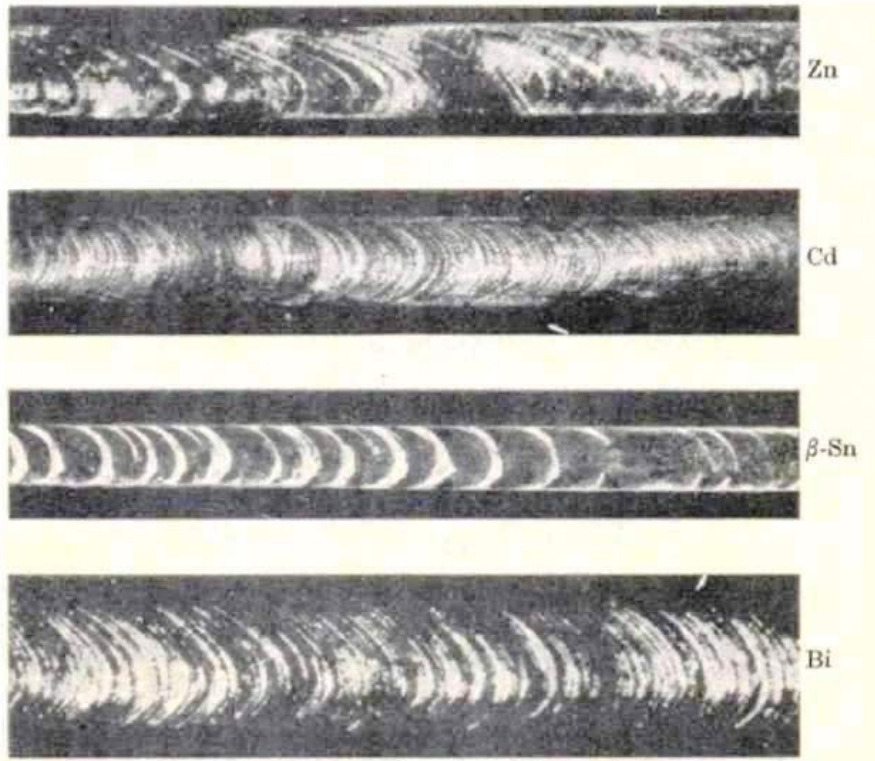
MATERIALES DUCTILES:

1. Teoría del esfuerzo cortante máximo o “Criterio de fluencia de Tresca”
2. Teoría de la energía de distorsión máxima o “Criterio de R. Von Mises y H. Hencky”

MATERIALES FRAGILES:

4. Teoría del esfuerzo normal máximo o “Criterio de W. Ranking”
5. “Criterio de falla de Mohr”

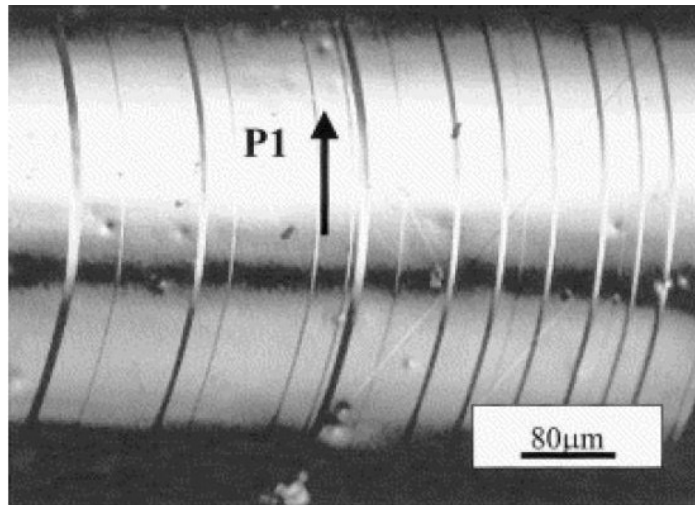
Schmid y Boas (1935)



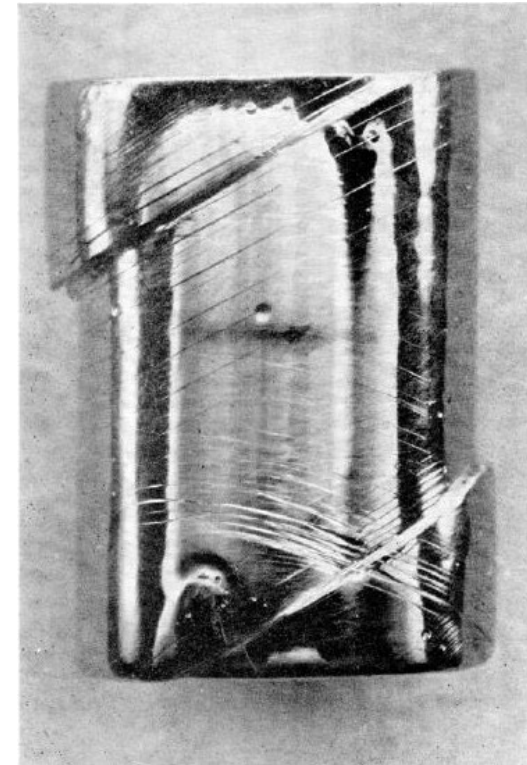
Deformación de monocristal de zinc (HCP) a 300°C.

(BCT)

(Romboédrica)

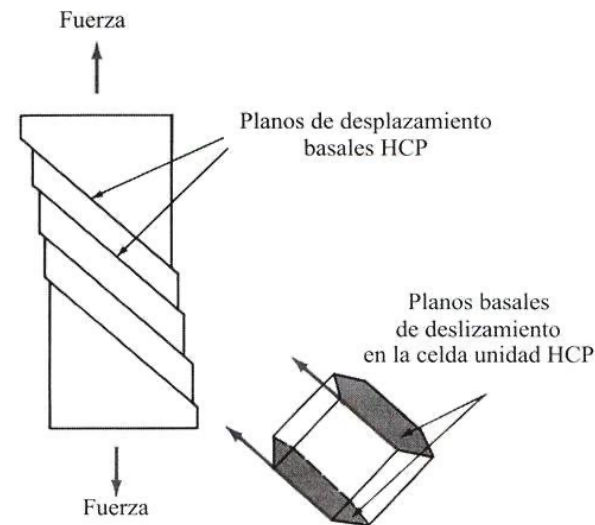
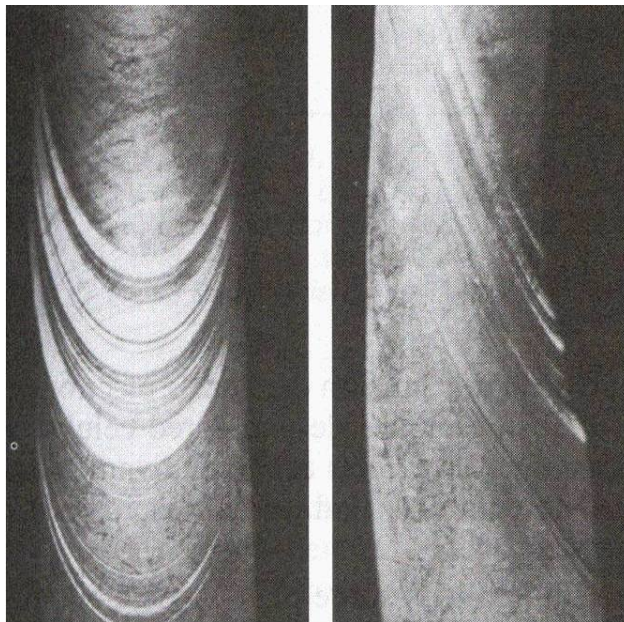


**Deslizamiento de un monocrystal
cilíndrico
de Cu-Zn-Al deformado a compresión
(Damiani et al., Mater. Sci. Eng., 2002)**



**Monocrystal cilíndrico de Nb
(BCC) deformado a compresión**

Teoría del esfuerzo cortante máximo “Criterio de fluencia de Tresca”



Un examen mas profundo de las superficies de deslizamiento de los metales a gran aumento muestra que el deslizamiento ocurre en múltiples planos de deslizamiento dentro de las **bandas de deslizamiento** denominados líneas de deslizamiento o **líneas de Luder** las cuales se encuentran separadas en promedio entre 100 a 500 átomos, mientras que las bandas de deslizamiento están normalmente separadas por distancias de 10000 diámetros atómicos.

La resistencia de los materiales determinados teóricamente son altos respecto de los reales o experimentales esto se debe a imperfecciones cristalinas, una de ellas es la dislocación.

El movimiento de dislocaciones produce desplazamientos atómicos sobre planos cristalográficos de deslizamiento específicos en direcciones cristalográficas (alta densidad atómica) de deslizamiento específicas. Estos planos de deslizamientos son generalmente los planos de máximo empaquetamiento o compactos (alta densidad atómica planar) puesto que se necesita menor esfuerzo cortante para el deslizamiento atómico que para planos no compactos.

¿Qué se entiende por sistema de deslizamiento?

La combinación de un plano de deslizamiento y una dirección de deslizamiento se denomina sistema de deslizamiento

En conclusión:

La teoría del esfuerzo cortante máximo o criterio de fluencia de Tresca, resulta de la observación de que en un material dúctil aparecen deslizamientos durante la fluencia a lo largo de planos críticamente orientados.

Los criterios de falla para **materiales isotrópicos** se pueden expresar en **forma matemática**

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_c \quad (\text{at failure})$$

$$\bar{\sigma} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \rightarrow \bar{\sigma} = \sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]}$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_c \quad (\text{at failure})$$

$$\bar{\sigma} < \sigma_c \quad (\text{no failure})$$

$$X = \frac{\sigma_c}{\bar{\sigma}}$$

$\sigma_c \rightarrow$ resistencia a la falla del material (prueba uniaxial)

σ_o esfuerzo de fluencia

resistencia máxima

σ_{ut}

σ_{uc}

Teoría del esfuerzo cortante máximo

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \quad \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}, \quad \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

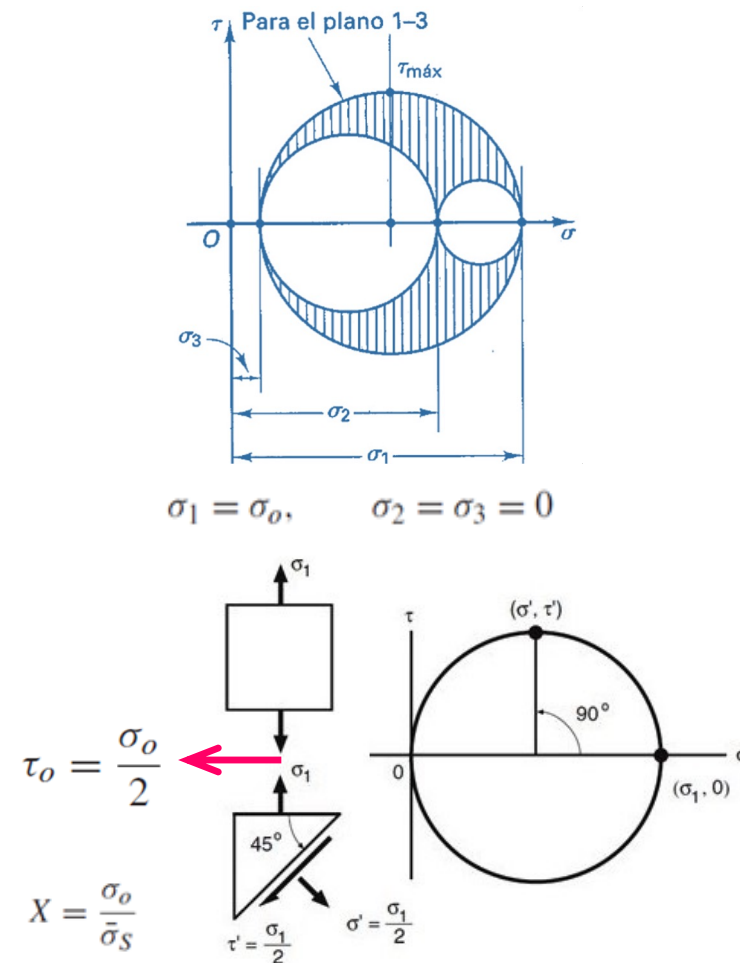
Por lo tanto, este criterio de fluencia se establece de la siguiente manera:

$$\tau_o = \text{MAX} \left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right)$$

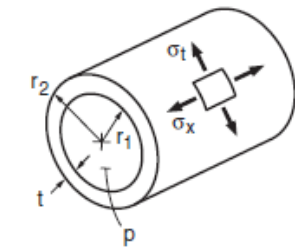
$$\frac{\sigma_o}{2} = \text{MAX}\left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2}\right)$$

$$\sigma_o = \text{MAX}(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

$$\bar{\sigma}_S = \text{MAX}(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$$



Considere la tubería con extremos cerrados de la Figura 1, con un espesor de pared de **10 mm** y un **diámetro interior 0,60 m**, sometido a una **presión interna de 20MPa** y un **par de 1200 kN · m**. ¿Cuál es el factor seguridad contra la deformación en la pared interior si la tubería está hecha de acero 18Ni Maraging, Tabla 1

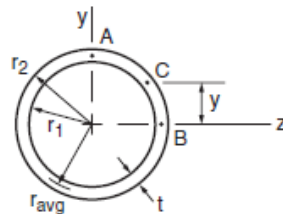
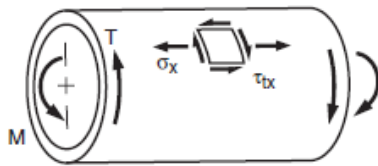


$$\sigma_t = \frac{pr_1}{t}, \quad \sigma_x = \frac{pr_1}{2t}$$

$$(\sigma_x = 0, \text{ open ends})$$

$$\sigma_r = -p \quad (\text{inside})$$

$$\sigma_r = 0 \quad (\text{outside})$$



$$\tau_{tx} = \frac{T}{2\pi r_{avg}^2 t}$$

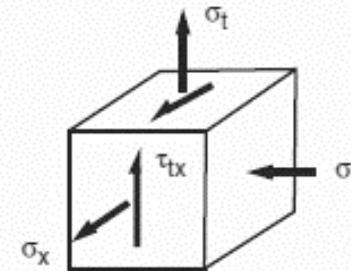
$$\sigma_x = \frac{My}{\pi r_{avg}^3 t}$$

$$\sigma_{xA} = \frac{M}{\pi r_{avg}^2 t}, \quad \sigma_{xB} = 0$$

$$r_1 = 300, \quad r_2 = r_1 + t = 310, \quad r_{avg} = r_1 + t/2 = 305 \text{ mm}$$

$$\sigma_t = \frac{pr_1}{t} = \frac{(20 \text{ MPa})(300 \text{ mm})}{10 \text{ mm}} = 600 \text{ MPa}, \quad \sigma_x = \frac{pr_1}{2t} = 300 \text{ MPa}$$

$$\sigma_r = 0 \text{ (outside)}, \quad \sigma_r = -p = -20 \text{ MPa (inside)}$$



$$\tau_{tx} = \frac{T}{2\pi r_{avg}^2 t} = \frac{1200 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{2\pi (305 \text{ mm})^2 (10 \text{ mm})} = 205.3 \text{ MPa}$$

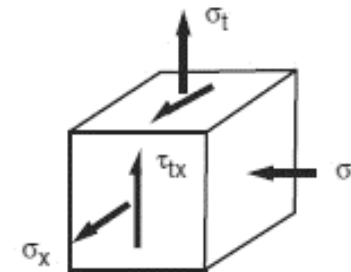
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_t + \sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_t - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{tx}^2} = 450 \pm 254.3 = 704.3, 195.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \sigma_r, \quad \sigma_3 = 0 \text{ (outside)}, \quad \sigma_3 = -20 \text{ (inside)}$$

Considere la tubería con extremos cerrados de la Figura, con un espesor de pared de **10 mm** y un **diámetro interior 0,60 m**, sometido a una **presión interna de 20MPa** y un **par de 1200 kN · m**. ¿Cuál es el factor seguridad contra la deformación en la pared interior si la tubería está hecha de acero 18Ni Maraging, Tabla E-2

Material	Elastic Modulus E GPa (10^3 ksi)	0.2% Yield Strength σ_o MPa (ksi)	Ultimate Strength σ_u MPa (ksi)	Elongation ¹ $100\epsilon_f$ %	Reduction in Area %RA %
Ductile cast iron A536 (65-45-12)	159 (23)	334 (49)	448 (65)	15	19.8
AISI 1020 steel as rolled	203 (29.4)	260 (37.7)	441 (64)	36	61
ASTM A514, T1 structural steel	208 (30.2)	724 (105)	807 (117)	20	66
AISI 4142 steel as quenched	200 (29)	1619 (235)	2450 (355)	6	6
AISI 4142 steel 205°C temper	207 (30)	1688 (245)	2240 (325)	8	27
AISI 4142 steel 370°C temper	207 (30)	1584 (230)	1757 (255)	11	42
AISI 4142 steel 450°C temper	207 (30)	1378 (200)	1413 (205)	14	48
18 Ni maraging steel (250)	186 (27)	1791 (260)	1860 (270)	8	56
SAE 308 cast aluminum	70 (10.2)	169 (25)	229 (33)	0.9	1.5
2024-T4 aluminum	73.1 (10.6)	303 (44)	476 (69)	20	35
7075-T6 aluminum	71 (10.3)	469 (68)	578 (84)	11	33
AZ91C-T6 cast magnesium	40 (5.87)	113 (16)	137 (20)	0.4	0.4

Note: ¹Typical values from [Boyer 85] are listed in most cases.
Sources: Data in [Conle 84] and [SAE 89].



$$\tau_{tx} = \frac{T}{2\pi r_{avg}^2 t} = \frac{1200 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{2\pi (305 \text{ mm})^2 (10 \text{ mm})} = 205.3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_t + \sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_t - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{tx}^2} = 450 \pm 254.3 = 704.3, 195.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \sigma_r, \quad \sigma_3 = 0 \text{ (outside)}, \quad \sigma_3 = -20 \text{ (inside)}$$

$$\sigma_1 = 704.3, \quad \sigma_2 = 195.7, \quad \sigma_3 = -20 \text{ MPa}$$

Considere la tubería con extremos cerrados de la Figura, con un espesor de pared de **10 mm** y un **diámetro interior 0,60 m**, sometido a una **presión interna de 20MPa** y un **par de 1200 kN · m**. ¿Cuál es el factor seguridad contra la deformación en la pared interior si la tubería está hecha de acero 18Ni Maraging, Tabla E-2

$$\tau_o = \text{MAX} \left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right)$$

$$\frac{\sigma_o}{2} = \text{MAX} \left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right)$$

$$\sigma_o = \text{MAX}(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

$$\sigma_1 = 704.3, \quad \sigma_2 = 195.7, \quad \sigma_3 = -20 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_S = \text{MAX}(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad \bar{\sigma}_S = \text{MAX}(|704.3 - 195.7|, |195.7 - (-20)|, |(-20) - 704.3|) = 724.3 \text{ MPa}$$

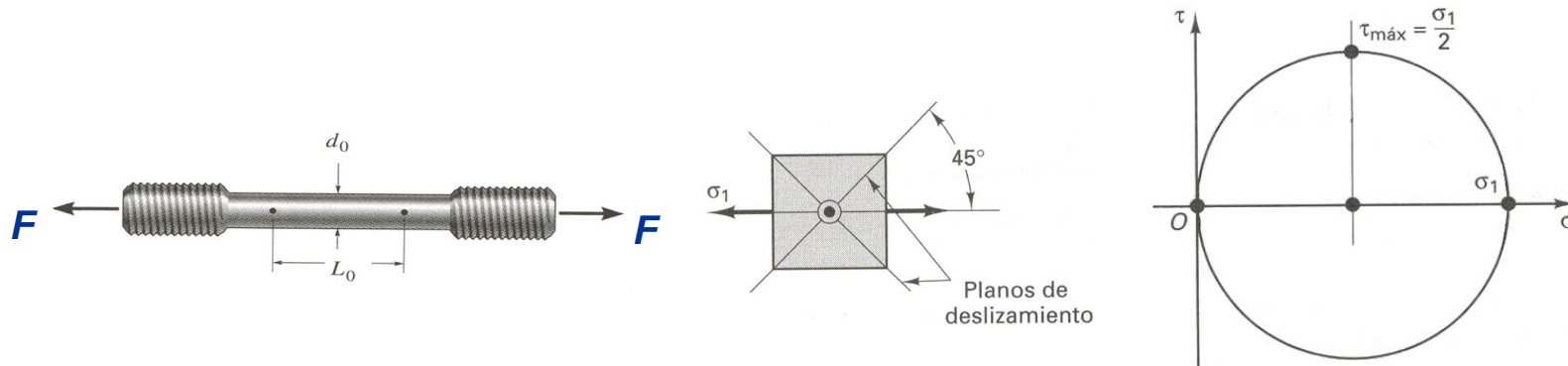
$$X = \frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_S}$$



$$X = \sigma_o / \bar{\sigma}_S = (1791 \text{ MPa}) / (724.3 \text{ MPa}) = 2.47$$

Para la pared exterior, revisando el cálculo anterior con $\sigma_r = \sigma_3 = 0$ da $\bar{\sigma}_S = 704,3 \text{ MPa}$ y $X = 2,54$. El valor ligeramente inferior de $X = 2,47$

Para un material sometido a tracción o compresión simple:



La fluencia del material depende únicamente del máximo esfuerzo cortante que se alcanza dentro del elemento. Para un material dado este valor es igual al esfuerzo de fluencia (σ_y) en tracción o compresión simple. Por lo tanto:

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{critico}} \rightarrow \left| \pm \frac{\sigma_1}{2} \right| = \frac{\sigma_y}{2}$$

Para evitar la falla se requiere que el esfuerzo cortante máximo absoluto $\tau_{\max \text{ abs}}$ en el material sea menor o igual a $\sigma_y/2$ el cual se determina mediante un ensayo de tracción.

En otras palabras la teoría del esfuerzo cortante máximo establece que: la fluencia del material comienza cuando el esfuerzo cortante máximo absoluto en éste alcanza el esfuerzo cortante que genera que el mismo material fluya cuando se somete solo a tracción axial.

$$\tau_{\max abs} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

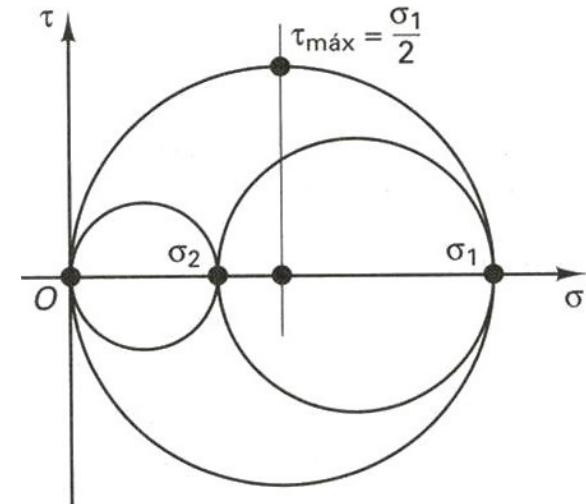
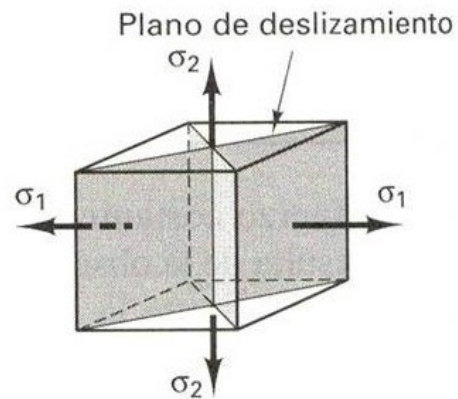
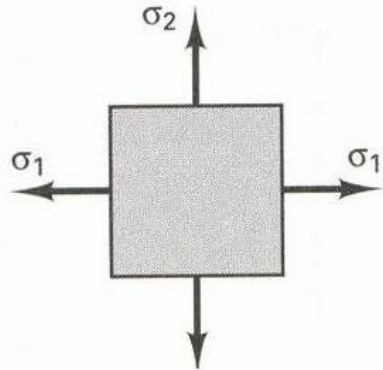
$$\tau_{\max abs} = \frac{\sigma_y}{2}$$

Este esfuerzo cortante actúa en los planos que se encuentran a 45° de los planos de esfuerzos principales, y coinciden con las líneas de Luder observadas en probetas e indican que la falla por fluencia realmente ocurre por cortante.

Para un material sometido a esfuerzo plano o biaxial:

Al aplicar este criterio a un problema de esfuerzo plano o biaxial, surgen dos casos diferentes, respecto de los signos de los esfuerzos principales

CASO I



Esfuerzo cortante máximo absoluto:

$$\tau_{\max abs} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad \tau_{\max abs} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

Del mismo signo:

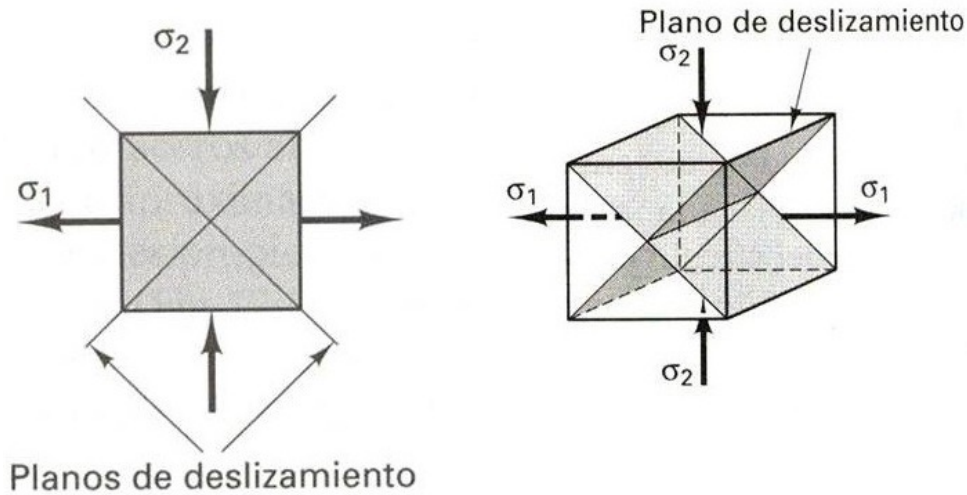
$$|\sigma_1| > |\sigma_2| \implies |\sigma_1| \text{ no debe exceder } \sigma_y$$
$$|\sigma_1| \leq |\sigma_y|$$

¡para no producir la falla!

$$|\sigma_2| > |\sigma_1| \implies |\sigma_2| \text{ no debe exceder } \sigma_y$$
$$|\sigma_2| \leq |\sigma_y|$$

¡para no producir la falla!

CASO II



$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{|\sigma_1| + |\sigma_2|}{2} = \left| \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \leq \frac{\sigma_y}{2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_y}{2} \quad \text{por lo tanto:} \quad \left| \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \leq \frac{\sigma_y}{2}$$

por lo tanto: $\pm \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \leq \frac{\sigma_y}{2}$

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq \sigma_y$$

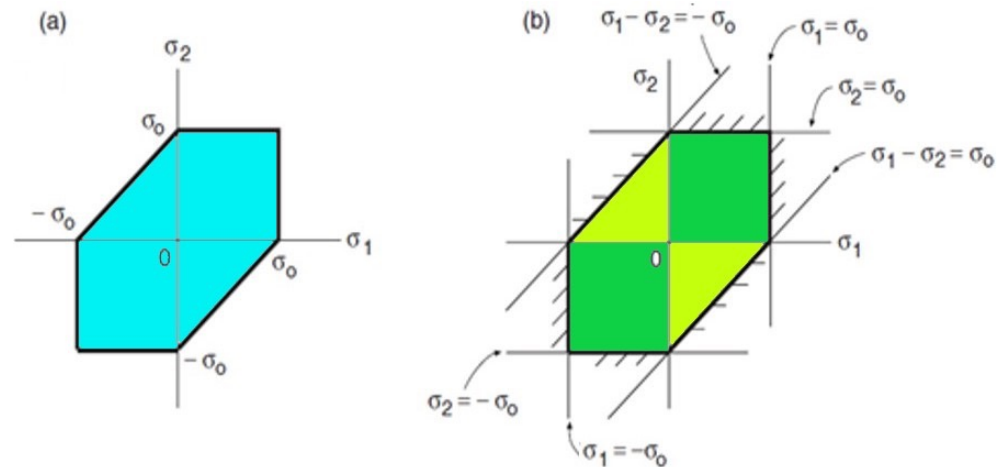
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_y} - \frac{\sigma_2}{\sigma_y} \leq 1 \quad \text{Graficar: } \rightarrow$$

Para fluencia inminente

Si una coordenada definida por:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_y}, \frac{\sigma_2}{\sigma_y} \right) \rightarrow$$

cae fuera del hexágono el material fluye, en consecuencia el punto de esfuerzo que cae dentro del hexágono indica que el material se comporta elásticamente.



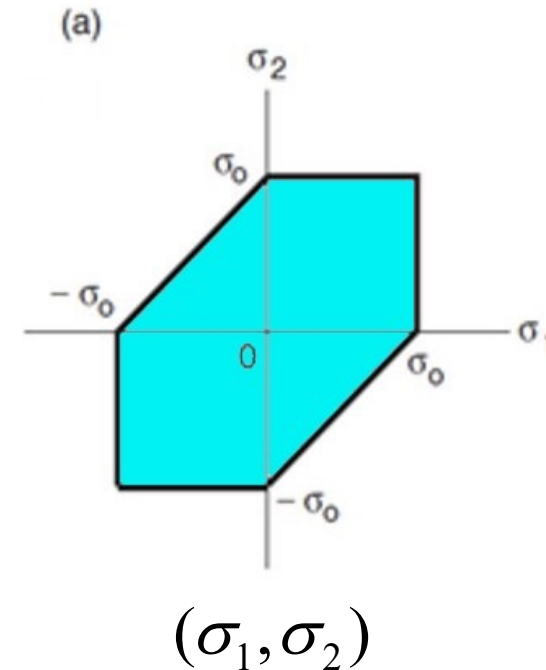
$$|\sigma_1| = |\sigma_y|$$

$$|\sigma_2| = |\sigma_y|$$

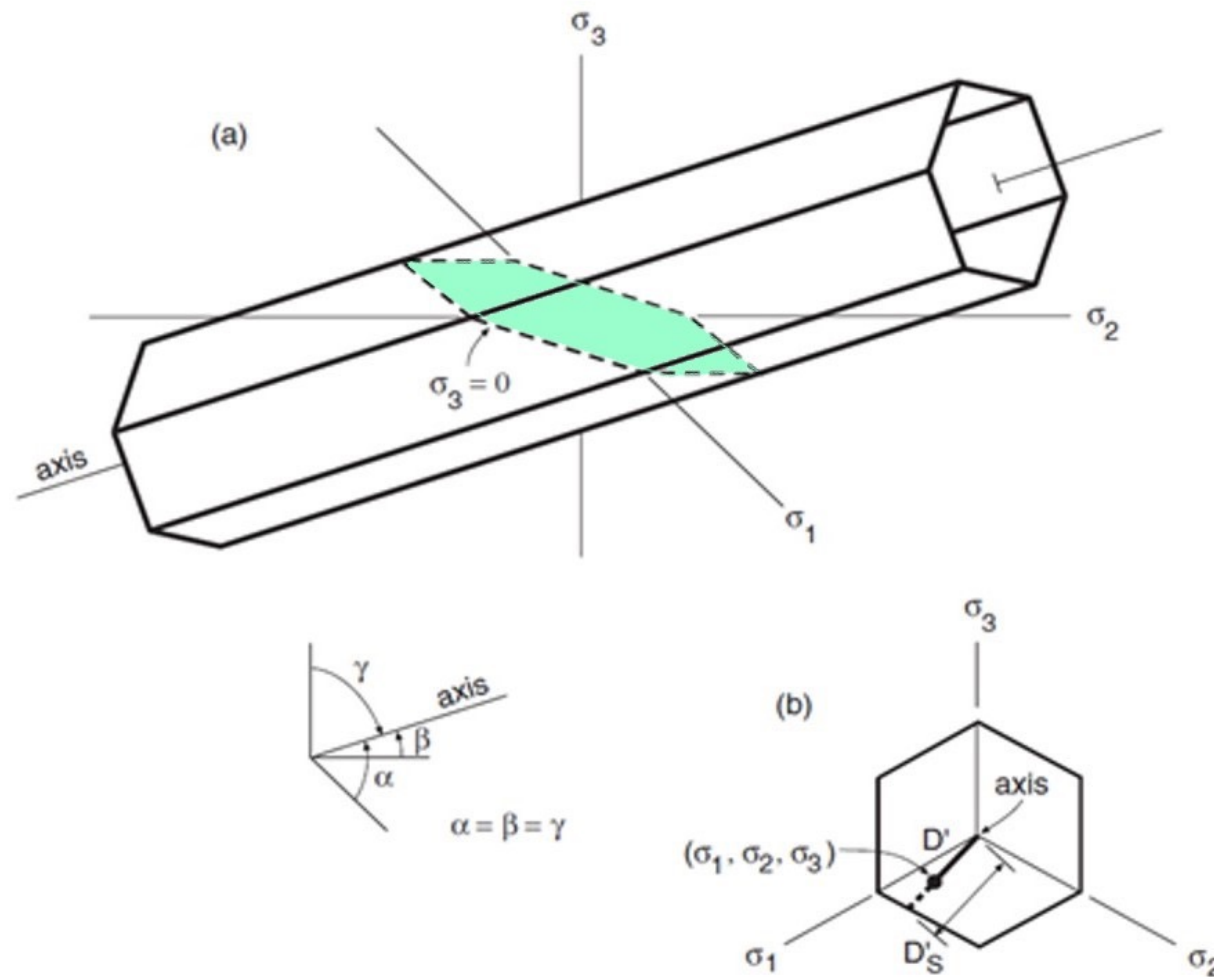
$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y = \sigma_0$$

Graficando: \rightarrow

Si cualquier punto del material se somete a esfuerzos biaxiales y sus esfuerzos principales se representan por la coordenada



cae sobre el limite o fuera del área hexagonal el material fluirá y se dice que ocurre la falla.



Teoría de la energía de distorsión máxima o “Criterio de R. Von Mises y H. Hencky”

Criterio ampliamente aceptado para materiales isótropos dúctiles, basado en conceptos de energía. Cuando un material se deforma por una carga externa, tiende a almacenarse energía internamente en todo su volumen.

El uso de la energía en este criterio fue hecho por E. Beltrami (1885), y recién en 1904, M.T. Huber propuso que:

La fluencia de un material dúctil ocurre cuando la energía de distorsión por volumen unitario del material es igual o sobrepasa la energía de distorsión por volumen unitario del mismo material cuando éste se somete a la fluencia en una prueba de tracción simple.

En ocasiones esta teoría lleva el nombre de criterio de R. Von Mises (1913) y H. Hencky (1925) ya que fue redefinida por ellos mas tarde de manera independiente.

La energía por volumen unitario de material se le denomina densidad de la energía de deformación o energía de deformación por volumen unitario (u)

$$u_{Total} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon$$

Es posible generar un criterio de falla basado en la distorsión generada por la energía de deformación.

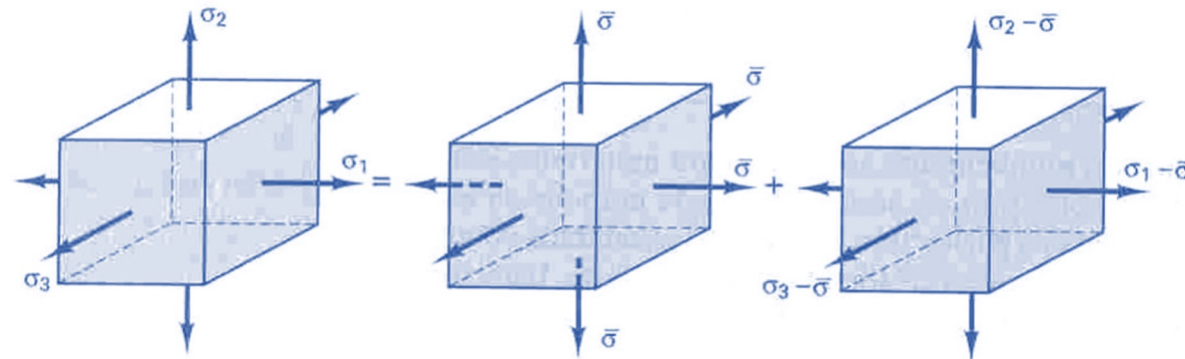
$$u_{Total} = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \varepsilon_3$$

Esta ecuación determina la densidad de energía de deformación en un elemento de volumen del material sometido a tres esfuerzos principales. En este caso, cada esfuerzo principal aporta una porción de la densidad de energía de deformación total.

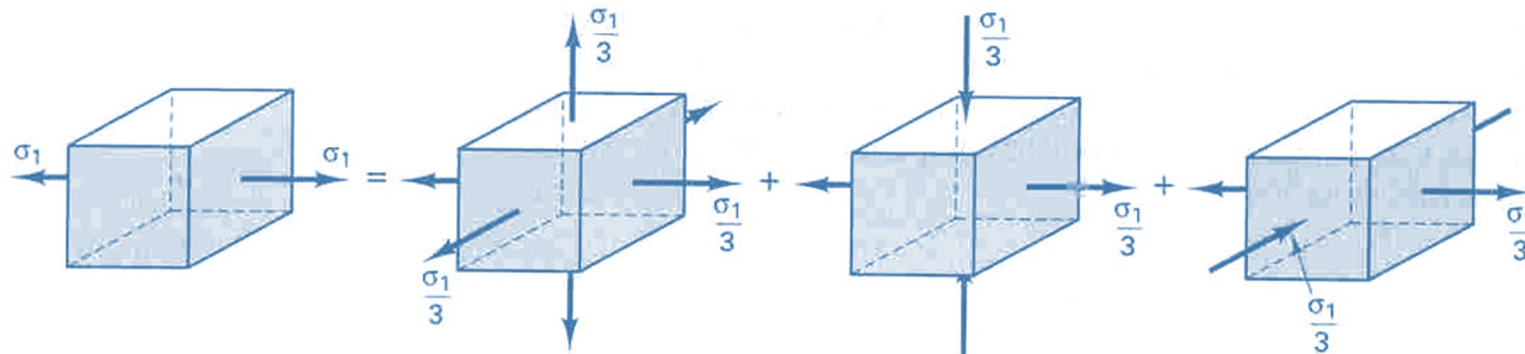
Si el material se comporta elástico-lineal, entonces la ley de Hooke generalizada es válida al sustituirse en la ecuación anterior y simplificando se obtiene:

$$u = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2) \right]$$

La densidad de energía de deformación se puede considerar como la suma de dos aportes, uno que representa la energía necesaria para generar un cambio de volumen del elemento sin cambio de forma y la otra que representa la energía necesaria para distorsionar al elemento.



El **tensor de esfuerzo distorsionante** es denominado así porque éste consiste en tracción y compresión sobre planos mutuamente perpendiculares y es equivalente a un estado de esfuerzo cortante puro. Se sabe que éste último sistema de esfuerzos no causa ningún cambio volumétrico en materiales isótropos sino que distorsiona o desvía al elemento de su forma cúbica original



Un estado de esfuerzo puede descomponerse en componentes extensionales y distorsionales:

Energía de deformación por volumen unitario

$$u_{Total} = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2) \right]$$

Energía de deformación extensional

$$u_{extensión} = \frac{3(1-2\nu)}{2E} p^2 = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$$

Energía de distorsión por volumen unitario

$$u_{distorsión} = \frac{1+\nu}{6E} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]$$

$$u_{distorsión} = \frac{1}{12G} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]$$

Para el caso de esfuerzo plano

$$u_{distorsión\ plana} = \frac{1+\nu}{3E} (\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)$$

Para una prueba de tracción uniaxial

$$u_{(distorsión)y} = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_y^2$$

Como la teoría de distorsión máxima requiere que:

$$u_{\text{distorsión}} = u_{(\text{distorsion})y}$$

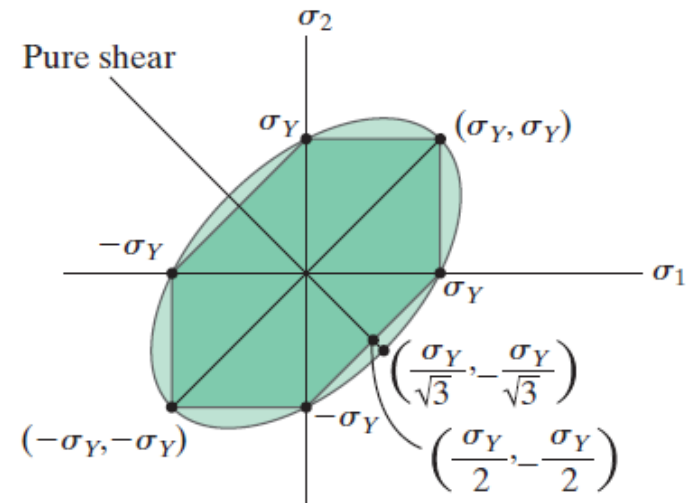
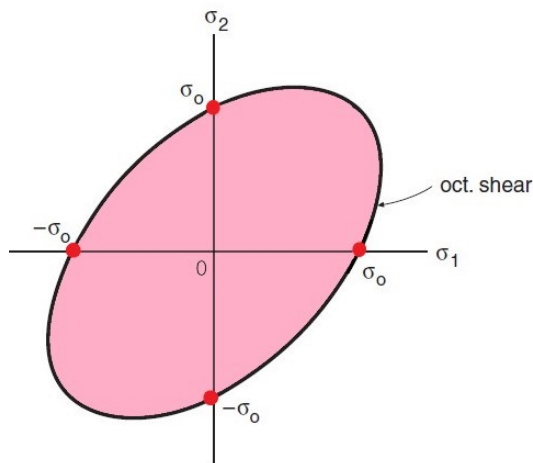
Para el caso de esfuerzo plano o biaxial se tiene.

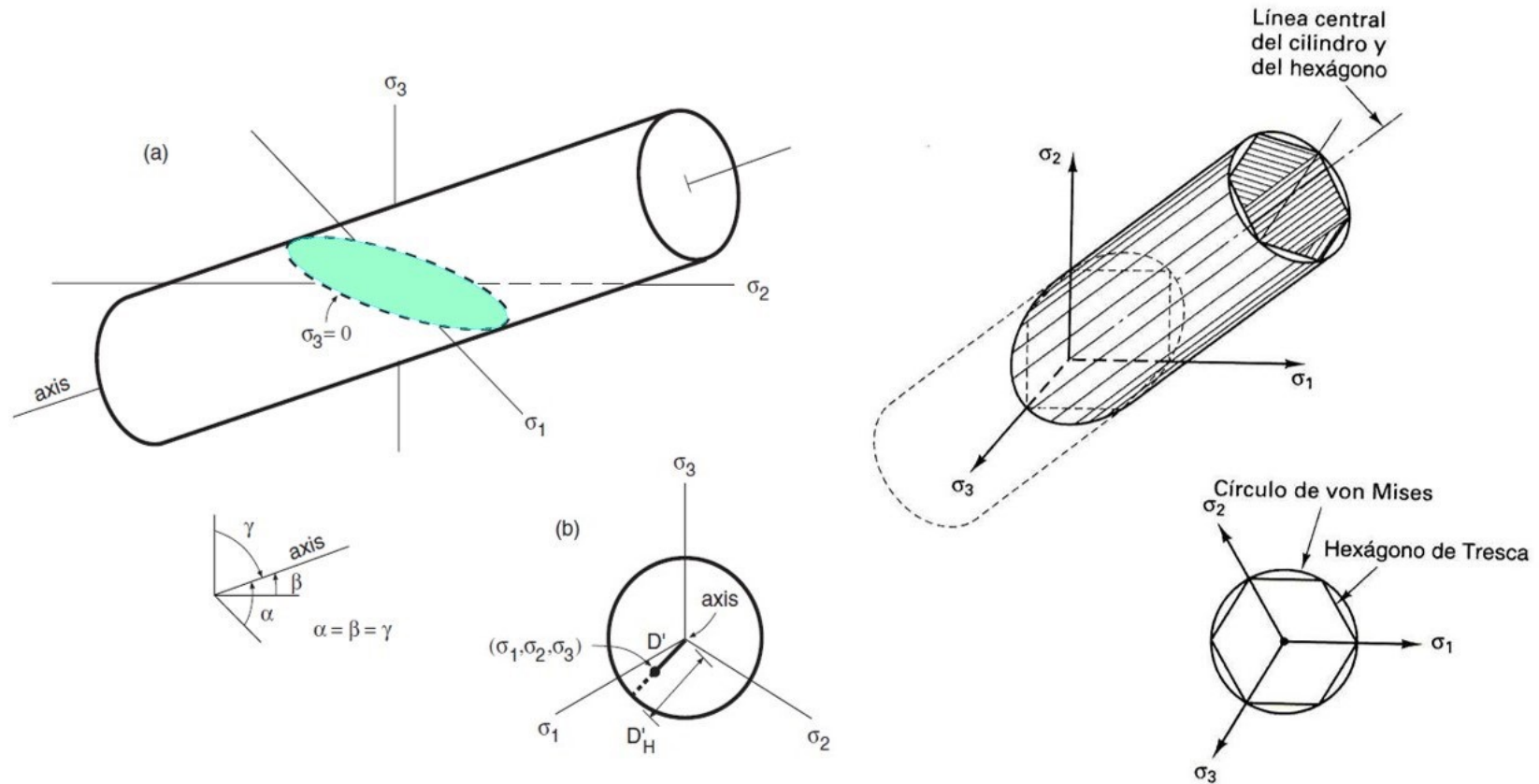
$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_y^2$$

Esta ecuación representa una curva elíptica, por eso, si un punto del material se somete a esfuerzo de modo que las coordenadas del esfuerzo (σ_1, σ_2) queden en el borde del área sombreada o fuera de ésta, se dice que el material falla.

Para el caso de esfuerzo triaxial se tiene.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_y^2$$







Henri-Edouard Tresca
(1814-1885)

Criterio de Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2K$$

Depende del material

$$\tau_{\max} = K \quad \text{Hay plastificación}$$

$$\tau_{\max} < K \quad \text{No plastifica}$$

$$\sigma_1 = \sigma_y$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$K = \frac{\sigma_y}{2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_y}{2}$$

$$J_2 = (K')^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_y \\ \sigma_2 &= \sigma_3 = 0 \end{aligned}$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 6(K')^2$$

$$\sigma_1^2 + \sigma_1^2 = 6(K')^2$$

$$2\sigma_1^2 = 6(K')^2$$

$$2\sigma_y^2 = 6(K')^2$$

$$K' = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

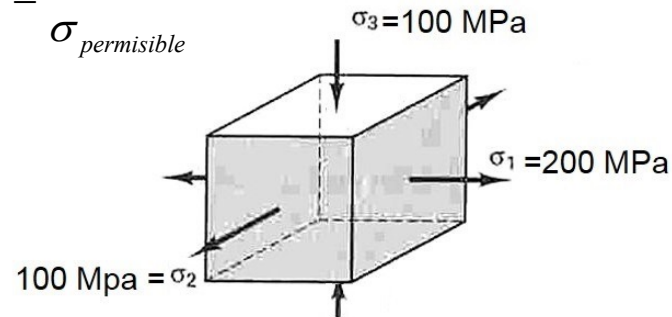


Richard Von Mises
(1883-1953)



$\sigma_y = 200 \text{ MPa}$

$$n = \frac{P_{falla}}{P_{permisible}} = \frac{\sigma_{falla}}{\sigma_{permisible}}$$



$$K = \frac{\sigma_y}{2}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} = 264.6 \text{ MPa}$$

$$n_{\text{Tresca}} = \frac{2 \times K}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{360}{300} = 1.2$$

$$n_{\text{Vmises}} = \frac{360}{264.6} = 1.36$$

Desarrollar el ejercicio anterior, utilice el criterio de fluencia por esfuerzo cortante octaédrico

$$r_1 = 300, \quad r_2 = r_1 + t = 310, \quad r_{avg} = r_1 + t/2 = 305 \text{ mm}$$

$$\sigma_t = \frac{pr_1}{t} = \frac{(20 \text{ MPa})(300 \text{ mm})}{10 \text{ mm}} = 600 \text{ MPa}, \quad \sigma_x = \frac{pr_1}{2t} = 300 \text{ MPa}$$

$$\sigma_r = 0 \text{ (outside)}, \quad \sigma_r = -p = -20 \text{ MPa (inside)}$$

$$\tau_{tx} = \frac{T}{2\pi r_{avg}^2 t} = \frac{1200 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{2\pi (305 \text{ mm})^2 (10 \text{ mm})} = 205.3 \text{ MPa}$$

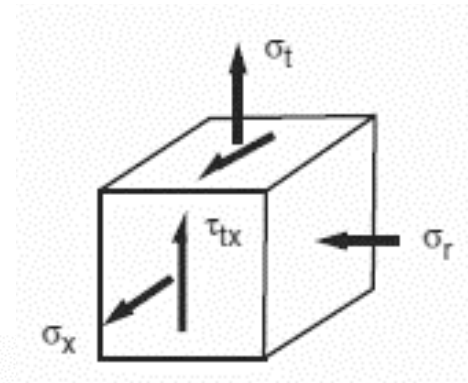
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_t + \sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_t - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{tx}^2} = 450 \pm 254.3 = 704.3, 195.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \sigma_r, \quad \sigma_3 = 0 \text{ (outside)}, \quad \sigma_3 = -20 \text{ (inside)}$$

$$\bar{\sigma}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\bar{\sigma}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(704.3 - 195.7)^2 + (195.7 - (-20))^2 + ((-20) - 704.3)^2} = 644.1 \text{ MPa}$$

$$X = \sigma_o / \bar{\sigma}_H = (1791 \text{ MPa}) / (644.1 \text{ MPa}) = 2.78$$

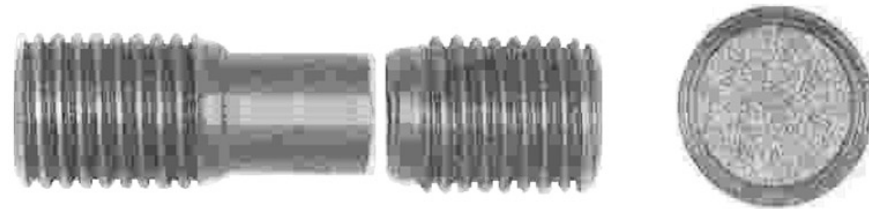
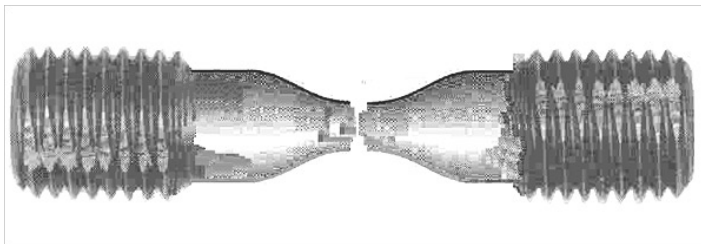


Para la pared exterior, revisando el cálculo anterior con $\sigma_r = \sigma_3 = 0$ da $\bar{\sigma}_H = 629,6 \text{ MPa}$ y $X = 2,84$. El valor ligeramente inferior de $X = 2,78$ es, por tanto, el control uno. Tenga en cuenta que ambos factores de seguridad son algo más altos que los del criterio de corte máximo.

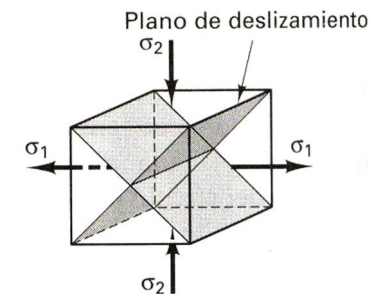
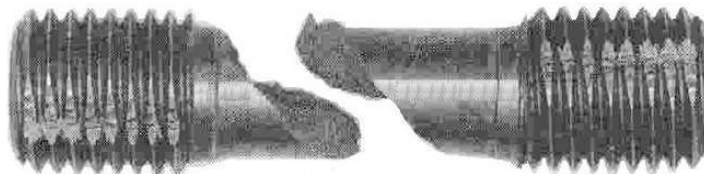
MATERIALES FRAGILES:

Teoría del esfuerzo normal máximo
“Criterio de W. Ranking”

Los materiales frágiles tienden a fallar repentinamente por fractura, sin fluencia aparente. En un ensayo de tracción, la fractura ocurre cuando el esfuerzo normal alcanza el esfuerzo ultimo, σ_{ult} .



En un ensayo de torsión, la fractura frágil se presenta debido a un esfuerzo de tracción máximo puesto que el plano de fractura en un elemento está a 45° con respecto a la dirección cortante, mostrando una superficie helicoidal



Experimentalmente se ha demostrado que durante la torsión la resistencia del material en cierto modo no se ve afectada por la presencia del esfuerzo de compresión principal asociada, perpendicular al esfuerzo de tracción principal.

En consecuencia:

El esfuerzo de tracción necesario para fracturar un espécimen durante una prueba de torsión es casi el mismo que se necesita para fracturar una muestra sometida a tracción simple.

Esta teoría considera:

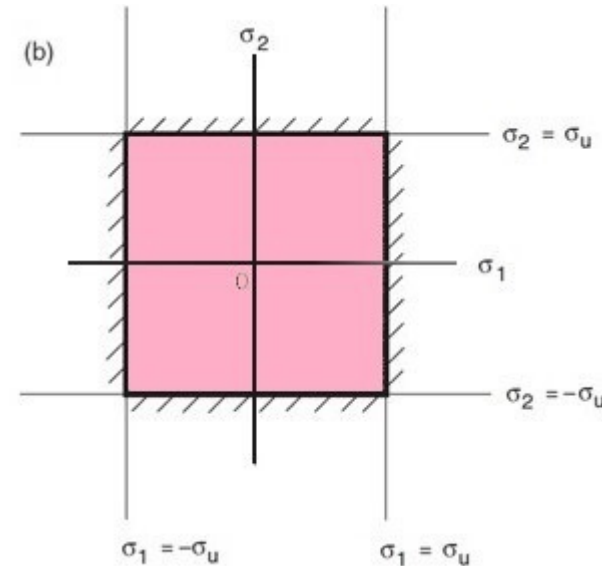
Un material fallará cuando el esfuerzo principal σ_1 en el material alcanza un valor limite igual al esfuerzo normal ultimo (σ_{UTS}) o (σ_{ult}) que el material puede soportar cuando se somete a tracción simple.

Para un material sometido a esfuerzo plano, es necesario que:

$$|\sigma_1| = \sigma_{ult}$$

$$|\sigma_2| = \sigma_{ult}$$

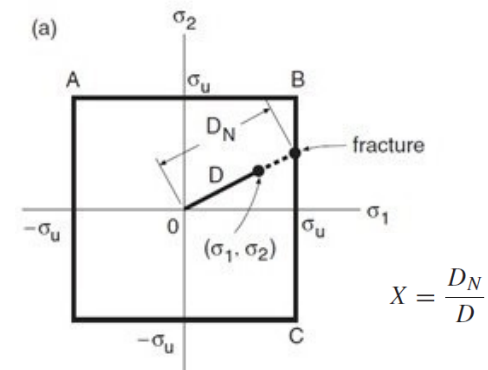
“Si las coordenadas de esfuerzo (σ_1, σ_2) en un punto del material quedan sobre el limite o fuera del área sombreada, el material se fractura”



Esta teoría se aplica a materiales frágiles en todos los rangos de esfuerzos, siempre que un esfuerzo de tracción principal exista.

La falla esta caracterizada por una escisión o fractura.

Este mecanismo de falla difiere drásticamente de la fractura dúctil, que va acompañada por grandes deformaciones debido a un deslizamiento a lo largo de los planos de esfuerzo cortante máximo.



Una muestra de **fundición gris** se somete al estado generalizado de **esfuerzo plano** de el hierro fundido gris normalmente se comporta de manera **frágil**, y este material en particular tiene resistencia en tracción y compresión de $\sigma_{ut} = 214$ y $|\sigma_{uc}| = 770$ MPa, respectivamente. ¿Cuál es el factor de seguridad máximo a la fractura?

$$\sigma_x = 100,$$

$$\sigma_y = -60,$$

$$\sigma_z = 40,$$

$$\tau_{xy} = 80, \text{ y}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

$$\longrightarrow \sigma_1 = 133,1, \sigma_2 = -93,1 \text{ y } \sigma_3 = 40 \text{MPa}.$$

$$\bar{\sigma}_{NT} = \text{MAX}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad X = \frac{\sigma_{ut}}{\bar{\sigma}_{NT}} \quad (a)$$

$$\text{where } \bar{\sigma}_{NT} > 0, \text{ and } |\sigma_{\max}| > |\sigma_{\min}| \quad (b)$$

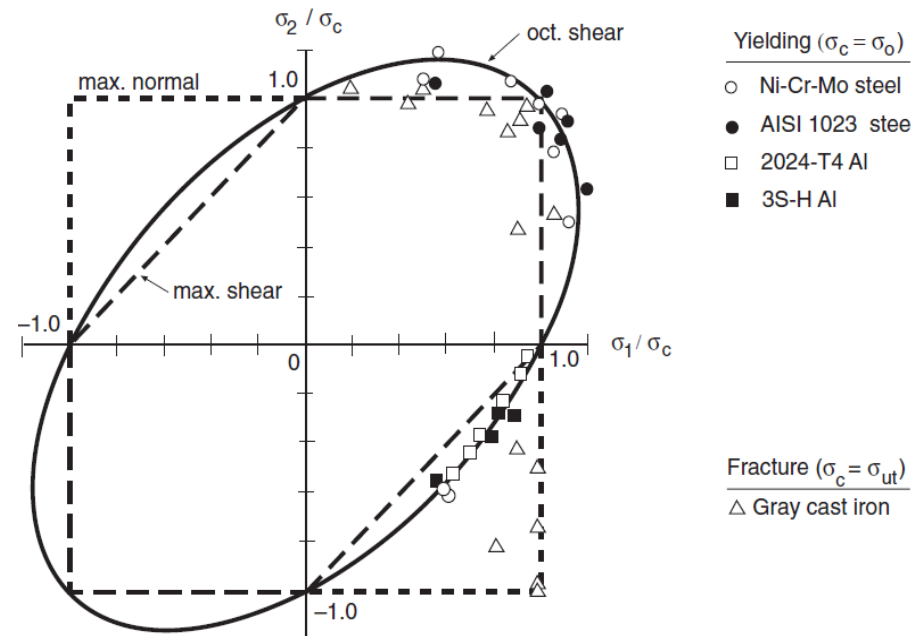
$$\bar{\sigma}_{NT} = \text{MAX}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \text{MAX}(133.1, -93.1, 40.0) = 133.1 \text{ MPa}$$

$$X = \sigma_{ut} / \bar{\sigma}_{NT} = (214 \text{ MPa}) / (133.1 \text{ MPa}) = 1.61$$

Las limitaciones que acompañan a la ecuación 11 necesita ser verificado. Claramente, $\bar{\sigma}_{NT} > 0$. Además, $|\sigma_{\max}| = 133,1$ y $|\sigma_{\min}| = 93.1$ MPa, de modo que $|\sigma_{\max}| > |\sigma_{\min}|$, y la respuesta anterior es válida, por lo que es un caso dominado por la tensión.

COMPARACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA

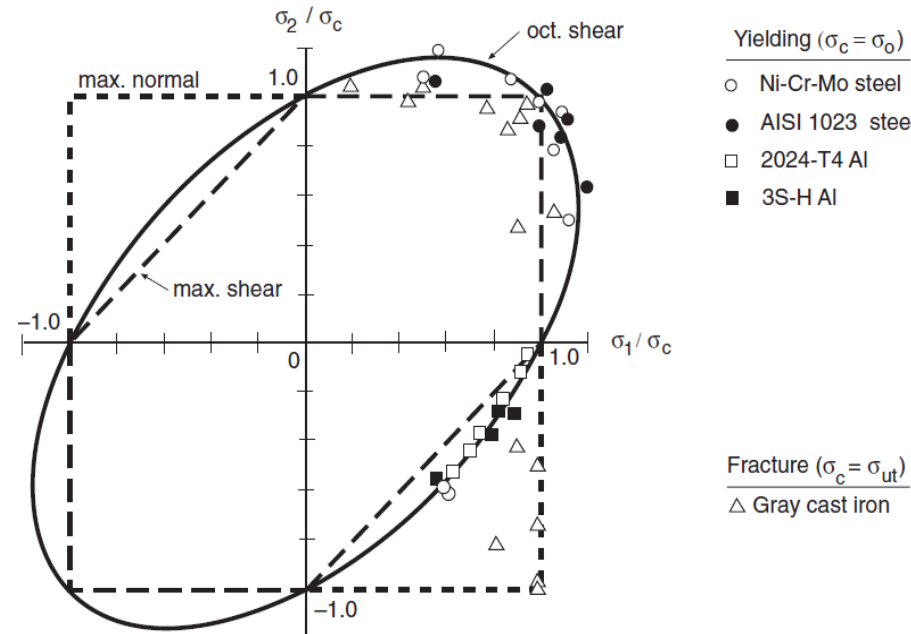
Lugares de falla de esfuerzos planos para **tres criterios**. Estos se comparan con la **fluencia biaxial**. Los datos para aceros dúctiles y aleaciones de aluminio, y también con datos de fractura biaxial para planchas fundición gris.



Donde ambos esfuerzos principales tienen el mismo signo, criterio del esfuerzo cortante el máximo es equivalente a un del criterio de esfuerzo normal máximo. Sin embargo, si el esfuerzo principal es de **signo opuesto**, el criterio de esfuerzo normal difiere considerablemente de los otros dos.

COMPARACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA

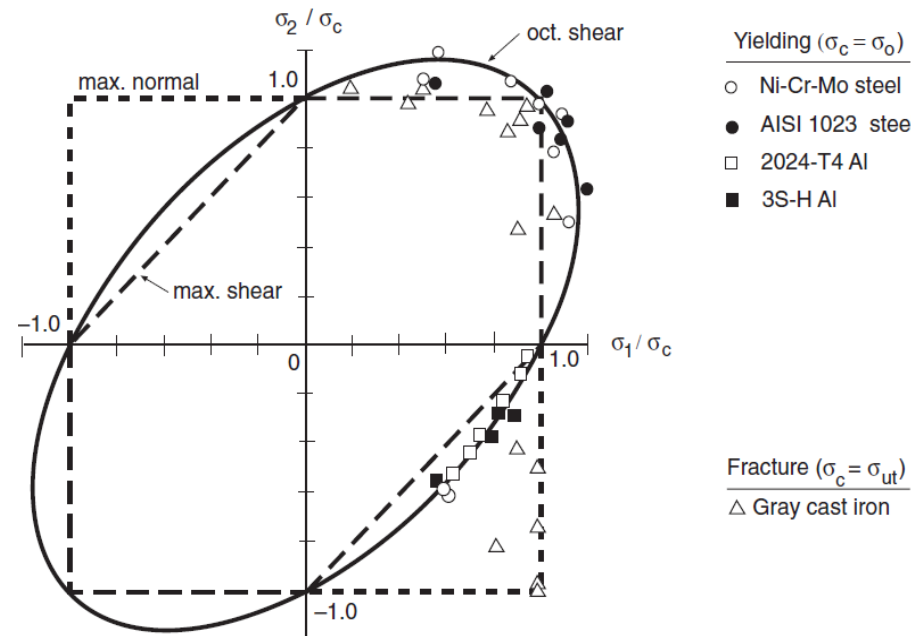
Lugares de falla de esfuerzos planos para **tres criterios**. Estos se comparan con la **fluencia biaxial**. Los datos para aceros dúctiles y aleaciones e aluminio, y también con datos de fractura biaxial para planchas fundición gris.



Los datos de **hierro fundido** siguen el criterio de esfuerzo normal, considerando que los datos de fluencia tienden a caer entre los dos criterios de fluencia, quizás coincidiendo mejor, en general, con el criterio de cortante octaédrico.

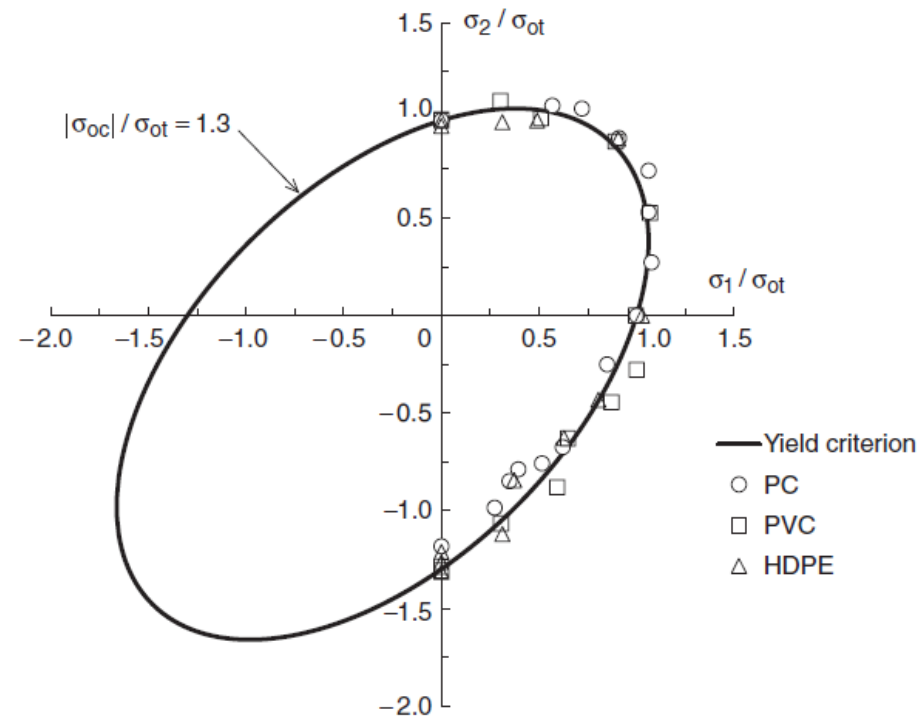
COMPARACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA

Lugares de falla de esfuerzos planos para **tres criterios**. Estos se comparan con la **fluencia biaxial**. Los datos para aceros dúctiles y aleaciones e aluminio, y también con datos de fractura biaxial para planchas fundición gris.



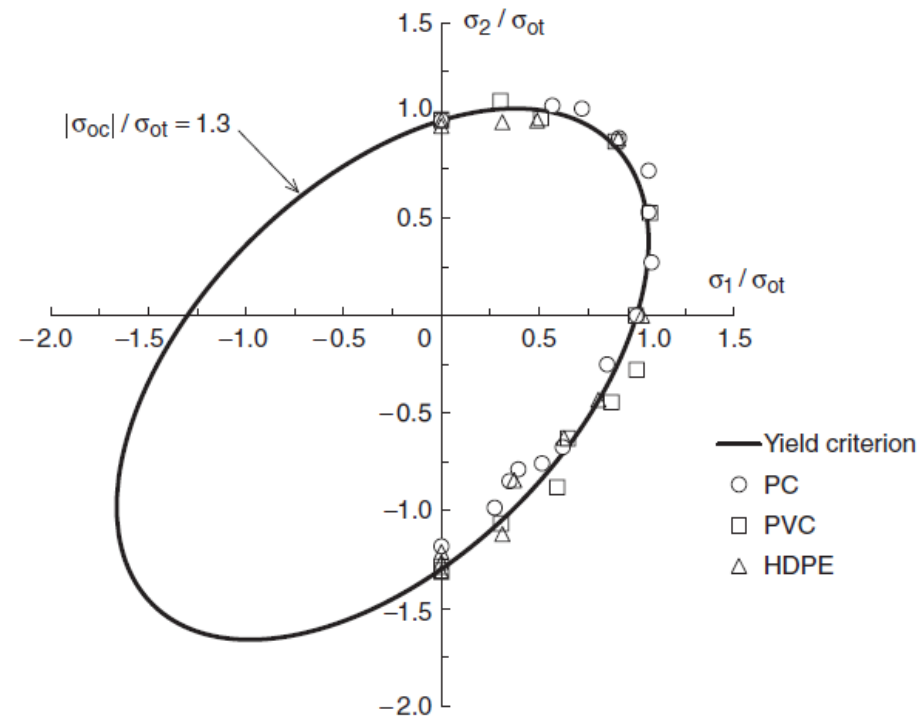
El criterio de cortante máximo es más **conservador**, y en el base de datos experimentales para metales dúctiles similar al de la Figura, este criterio parece representar un límite inferior que se infringe con poca frecuencia

COMPARACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA



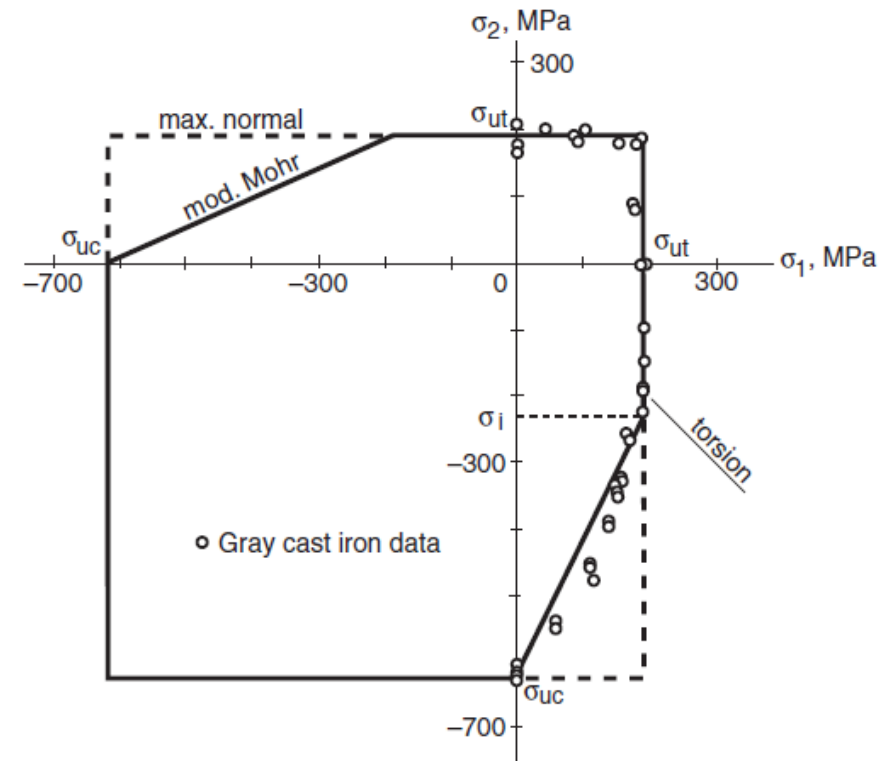
Datos de fluencia biaxial para varios polímeros en comparación con un criterio octaédrico modificado teoría del esfuerzo cortante.

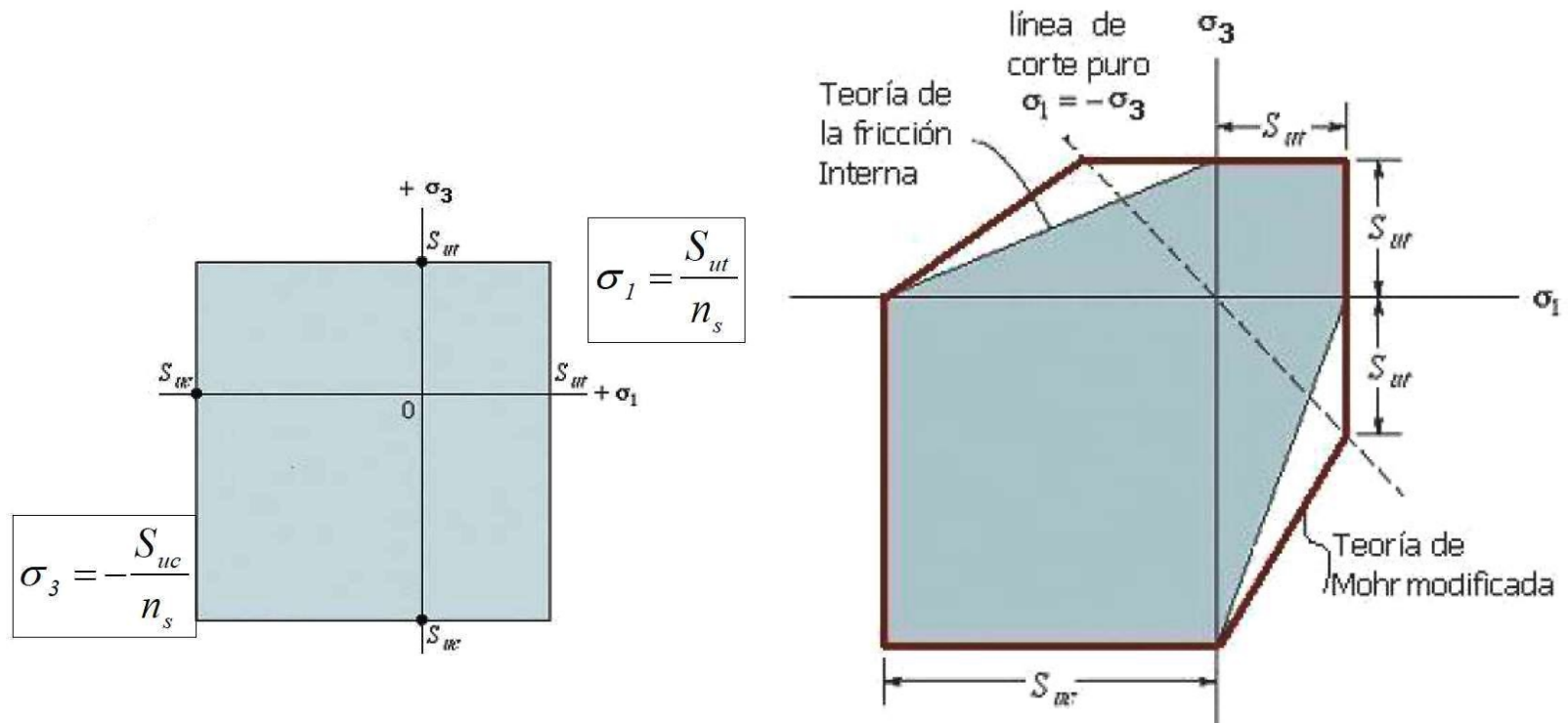
COMPARACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA



COMPARACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA

Una posibilidad para manejar el comportamiento diferente de los materiales frágiles en tensión y compresión. Se logra simplemente modificando el criterio del esfuerzo normal máximo para compresión y tracción las resistencias últimas difieren. Esto daría el **cuadrado descentrado** que se muestra en la Figura, que todavía no están de acuerdo con los datos. Además, cualquier criterio de fractura exitoso debería predecir que incluso los materiales no fallan bajo compresión hidrostática, lo cual está de acuerdo con ambas.





“Criterio de falla Mohr”

En algunos materiales frágiles las propiedades de compresión y tracción son diferentes. Cuando esto ocurre, para predecir la falla del material puede utilizarse un criterio basado en el uso del círculo de Mohr.

1. Realizan tres pruebas en el material

Ensayo de tracción uniaxial $(\sigma_{\text{últ}})_t = \sigma_t$

Ensayo de compresión uniaxial $(\sigma_{\text{últ}})_c = \sigma_c$

Ensayo de torsión $(\tau_{\text{últ}}) = \tau$

2. Trazar el círculo de Mohr para las tres condiciones

El círculo A :

$$\sigma_3 = -\sigma_c$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0$$

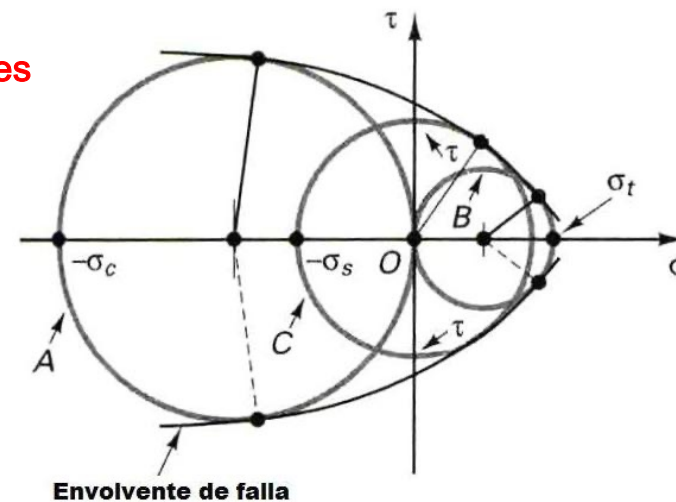
El círculo B :

$$\sigma_1 = \sigma_t$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

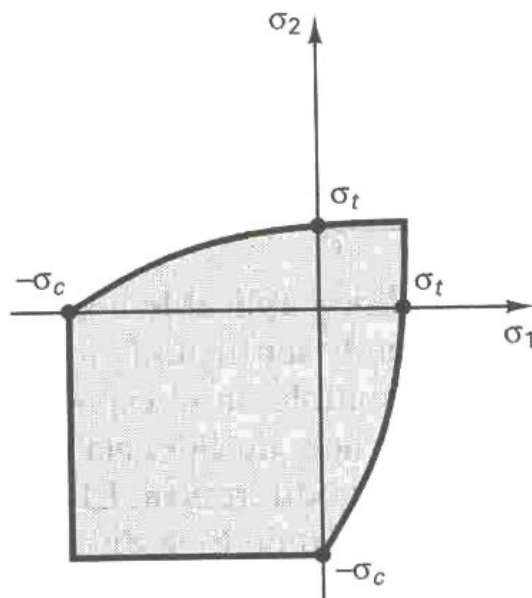
El círculo C :

$$\tau_{\text{últ}} = \tau$$



Si un estado de esfuerzo plano en un punto esta representada por un círculo incluido en la envolvente, se dice que el material no falla, si el círculo tiene un punto de tangencia con la envolvente, o si se extiende mas allá del contorno de la envolvente, se dice que falla.

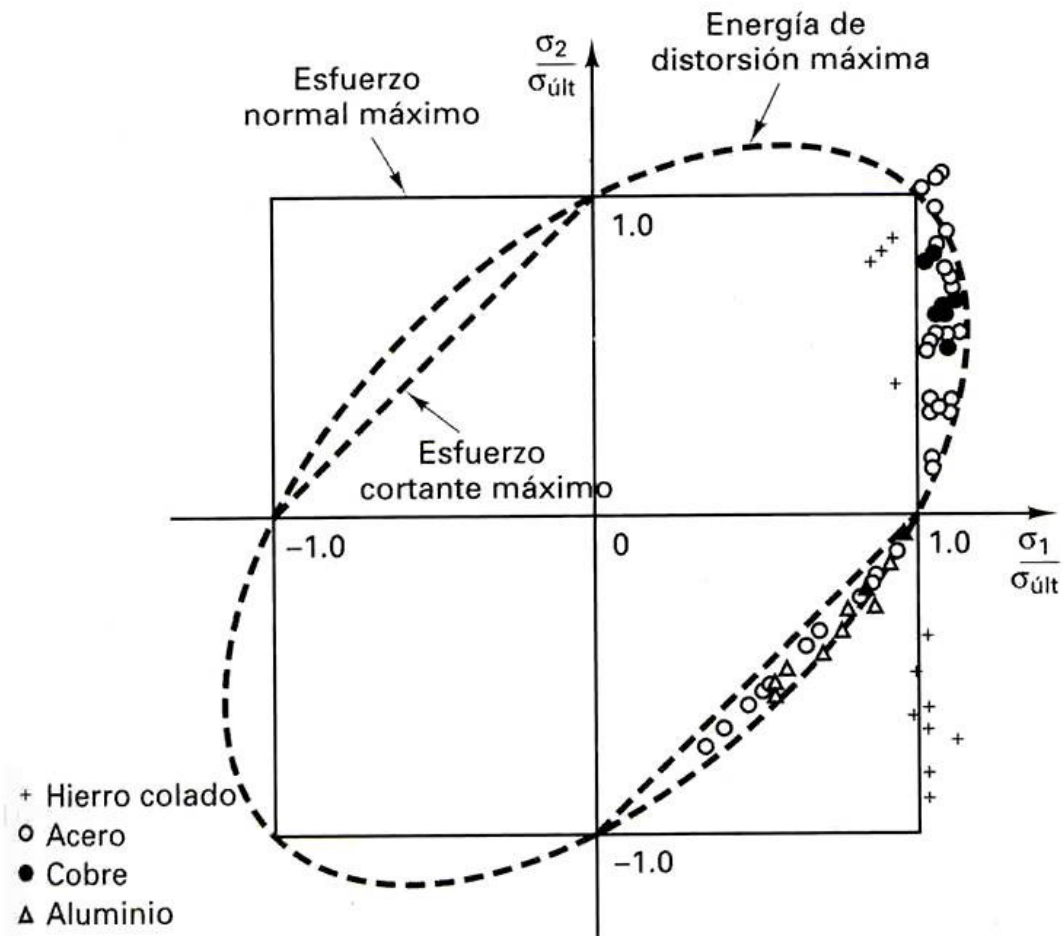
Este criterio también puede representar una grafica de ejes con esfuerzos principales σ_1 y σ_2 con $\sigma_3=0$:



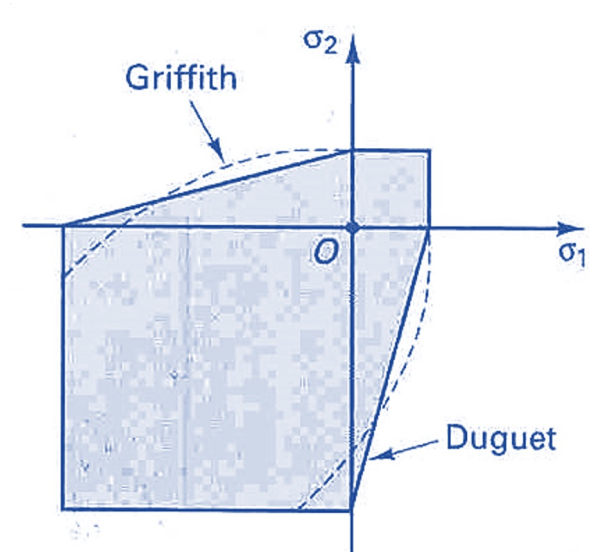
Si las resistencias del material en tracción y compresión son las mismas, se obtiene un hexágono idéntico al de la TECM, sin embargo el presente define un criterio de fractura para materiales frágiles.

En este criterio la falla ocurre cuando el valor absoluto de cualquiera de los esfuerzos principales alcanza un valor igual o mayor que:

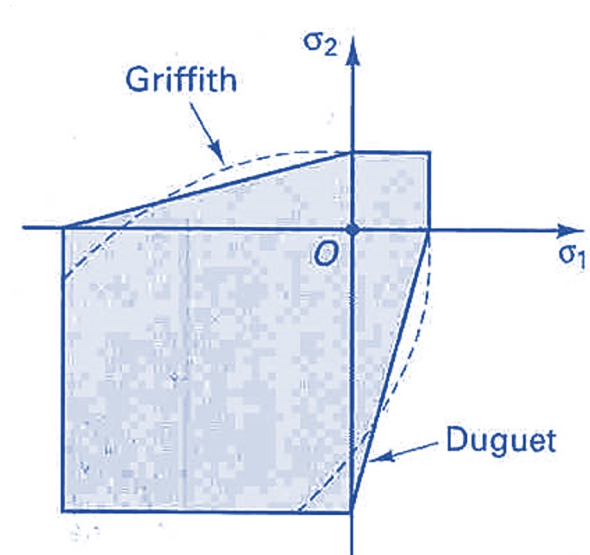
$$(\sigma_{últ})_t = \sigma_t \quad \text{ó} \quad (\sigma_{últ})_c = \sigma_c$$



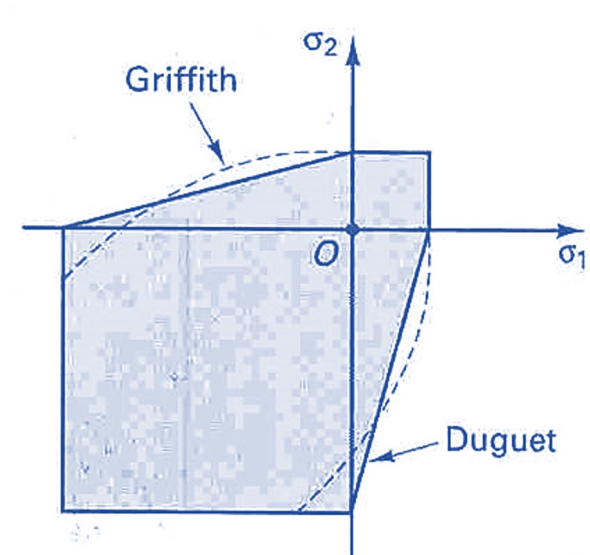
1. La teoría de **esfuerzo normal máximo** parece ser mejor para **materiales frágiles** y puede no ser segura para materiales dúctiles.
2. Todas las teorías para esfuerzo uniaxial concuerdan ya que el **ensayo de tracción uniaxial es el estándar de comparación**, por lo tanto si uno de los esfuerzos principales en un punto es grande en comparación con el otro, todas las teorías dan prácticamente los mismos resultados.
3. La discrepancia entre los **criterios es máxima en los cuadrantes segundo y cuarto**, cuando ambos esfuerzos principales son numéricamente iguales.
4. Las limitaciones de estas idealizaciones son las grandes diferencias en su comportamiento mecánico en compresión y tracción.
5. Existe mayores resistencias de los materiales frágiles en compresión biaxial que en tracción, por lo tanto en la región biaxial en el espacio de los esfuerzos principales se hace menor que para compresión biaxial.



1. En los cuadrantes II y IV, se supone un cambio lineal entre las dos regiones antes mencionadas, en ese sentido **A. Griffith** refino la explicación para las observaciones previas introduciendo la idea de **energía de superficie en grietas microscópicas** y mostrando la mayor seriedad de los esfuerzos de tracción comparados con los de compresión con respecto a la falla.
2. De acuerdo con la **teoría de Griffith** una grieta existente se propagara rápidamente si la energía de deformación elástica liberada es mayor que el incremento en la energía de superficie de la grieta. **El concepto original de Griffith ha sido considerablemente ampliado por G. Irwin dando origen a la mecánica de Fractura.**



La **mecánica de fractura** es una disciplina que permite conocer la **carga que puede soportar un elemento estructural fisurado** o determinar hasta que tamaño puede crecer una fisura sin que se produzca una **falla catastrófica**, se encarga además de proveer criterios de fractura aplicables a materiales elásticos o materiales que rompen estando todavía en régimen elástico.



Bibliografía

“Mechanical behavior of materials, Engineering methods for deformation, fracture and fatigue. Norman E. Dowling (2007), pps, 254-297.